数学Ⅰ・A 第１問〔3〕

(1) $y=x^2+(2a-b)x+a^2+1$

$$=\left\{x+\left(a-\frac{b}{2}\right)\right\}^2-\left(a-\frac{b}{2}\right)^2+a^2+1$$

$$=\left\{x-\left(\frac{b}{2}-a\right)\right\}^2-\left(a^2-ab+\frac{b^2}{4}\right)+a^2+1$$

$$=\left\{x-\left(\frac{b}{2}-a\right)\right\}^2-\frac{b^2}{4}+ab+1$$

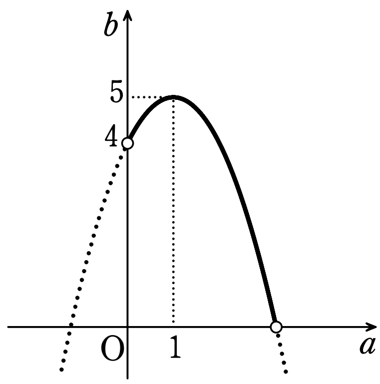
よって，グラフ G の頂点の座標は　$\left(\dfrac{b}{{}^{\text{チ}}2}-a,\ -\dfrac{b^2}{{}^{\text{ツ}}4}+ab+{}^{\text{テ}}1\right)$

(2) グラフ G が点 $(1,\ 6)$ を通るから

$$6=1-2a+b+a^2+1$$

よって　$b=-a^2+2a+4$

$$=-(a-1)^2+5$$



$a>0$，$b>0$ における，$b=-(a-1)^2+5$ のグラフは右のようになる。

したがって，b のとり得る値の最大値は ${}^{\text{ト}}5$ であり，そのときの a の値は ${}^{\text{ナ}}1$ である。

$b=5$，$a=1$ のとき，グラフ G の頂点の座標は

$$\left(\frac{5}{2}-1,\ -\frac{5^2}{4}+1\cdot5+1\right)\qquad \text{すなわち}\qquad \left(\frac{3}{2},\ -\frac{1}{4}\right)$$

よって，グラフ G は２次関数 $y=x^2$ のグラフを x 軸方向に $\dfrac{{}^{\text{ニ}}3}{{}^{\text{ヌ}}2}$，$y$ 軸方向に $\dfrac{{}^{\text{ネノ}}-1}{{}^{\text{ハ}}4}$

だけ平行移動したものである。