数学 I・A 第 4 問

(1)　144 を素因数分解すると　　$144=2^{\text{ア}4}\times{}^{\text{イ}}3^{\text{ウ}2}$

よって，144 の正の約数の個数は　　$(4+1)(2+1)={}^{\text{エオ}}15$ (個)

(2)　144 と 7 は互いに素であるから

$144=7\cdot20+4$　移項すると　$4=144-7\cdot20$

$7=4\cdot1+3$　移項すると　$3=7-4\cdot1$

$4=3\cdot1+1$　移項すると　$1=4-3\cdot1$

よって　$1=4-3\cdot1=4-(7-4\cdot1)\cdot1=4\cdot2-7\cdot1$

$=(144-7\cdot20)\cdot2-7\cdot1=144\cdot2-7\cdot41$

したがって，不定方程式 $144x-7y=1$ …… ① の整数解 x，y の 1 つは　$x=2$，$y=41$

$x=-2$，-1，0，1 のとき，$144x-7y=1$ を満たす整数 y は存在しないから，整数解 x，y の中で，x の絶対値が最小になるのは　　$x={}^{\text{カ}}2$，$y={}^{\text{キク}}41$

$144\cdot2-7\cdot41=1$ …… ② とする。

① − ② から　$144(x-2)-7(y-41)=0$

すなわち　　$144(x-2)=7(y-41)$　…… ③

144 と 7 は互いに素であるから，$x-2$ は 7 の倍数である。

よって，k を整数として $x-2=7k$ と表される。

これを ③ に代入すると

$144\cdot7k=7(y-41)$　すなわち　$y-41=144k$

よって，求める整数解は　　$x={}^{\text{ケ}}7k+2$，　$y={}^{\text{コサシ}}144k+41$

(3)　144 の倍数で，7 で割ったら余りが 1 となる自然数は，(2) より，m を 0 以上の整数として，$144(7m+2)$ とおける。

$m=0$ のとき　　$144\times2=2^5\times3^2$

よって，正の約数の個数は　　$(5+1)(2+1)=18$ (個)

$m=1$ のとき　　$144\times9=2^4\times3^4$

よって，正の約数の個数は　　$(4+1)(4+1)=25$ (個)

$m=2$ のとき　　$144\times16=2^8\times3^2$

よって，正の約数の個数は　　$(8+1)(2+1)=27$ (個)

$m=3$ のとき　　$144\times23=2^4\times3^2\times23$

よって，正の約数の個数は　　$(4+1)(2+1)(1+1)=30$ (個)

したがって，正の約数の個数が 18 個である最小のものは　　$144\times{}^{\text{ス}}2$

正の約数の個数が 30 個である最小のものは　　$144\times{}^{\text{セソ}}23$