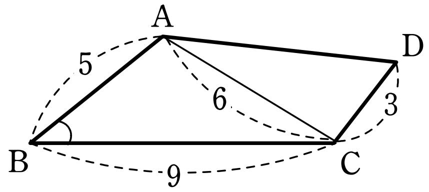
数学Ⅰ･A　第 2 問〔1〕



$\triangle$ABC において，余弦定理により

$$\cos\angle ABC=\frac{AB^2+BC^2-AC^2}{2AB\cdot BC}$$

$$=\frac{5^2+9^2-6^2}{2\cdot5\cdot9}=\frac{70}{2\cdot5\cdot9}=\frac{{}^{ア}7}{{}^{イ}9}$$

よって　$\sin\angle ABC=\sqrt{1-\cos^2\angle ABC}=\sqrt{1-\left(\frac{7}{9}\right)^2}=\frac{\sqrt{32}}{9}=\frac{{}^{ウ}4\sqrt{{}^{エ}2}}{{}^{オ}9}$

ここで　$AB\cdot\sin\angle ABC=5\cdot\frac{4\sqrt{2}}{9}=\frac{20\sqrt{2}}{9}>\frac{20\cdot1.4}{9}=\frac{28}{9}>3=CD$

よって　$CD<AB\cdot\sin\angle ABC$　…… ①　　(カ ⓪)

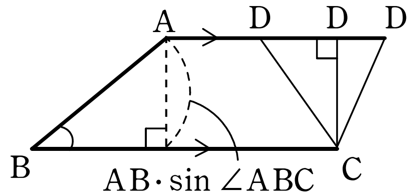
四角形 ABCD が台形であるとき

　　$AD/\!/BC$　または　$AB/\!/CD$

が成り立つ。

$AD/\!/BC$ が成り立つと仮定する。

このとき，右の図のように，$CD\geqq AB\cdot\sin\angle ABC$ となり，① に矛盾する。

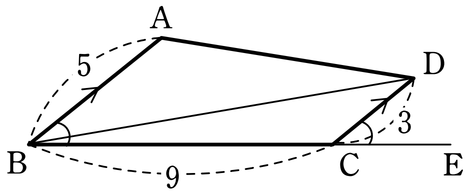


よって　　$AB/\!/CD$

すなわち，辺 AB と辺 CD が平行である。　　(キ ④)

右の図のように，直線 BC 上の点を E とすると，

$AB/\!/CD$ より　　$\angle DCE=\angle ABC$



$\triangle$BCD において，余弦定理により

$$BD^2=BC^2+CD^2-2BC\cdot CD\cos\angle BCD$$

$$=9^2+3^2-2\cdot9\cdot3\cos(180^\circ-\angle DCE)$$

$$=90+54\cos\angle DCE$$

$$=90+54\cos\angle ABC=90+54\cdot\frac{7}{9}=132$$

$BD>0$ であるから　　$BD=\sqrt{132}={}^{ク}2\sqrt{{}^{ケコ}33}$