数学Ⅱ・B　第１問〔2〕

真数の条件により，$p >$ ${}^{タ}0$ である。

線分 AB を 1 : 2 に内分する点の座標は

$$\left(\frac{2\cdot 0+1\cdot p}{1+2},\ \frac{2\cdot\frac{3}{2}+1\cdot\log_2 p}{1+2}\right)\quad すなわち\quad \left(\frac{{}^{チ}1}{{}^{ツ}3}p,\ \frac{{}^{テ}1}{{}^{ト}3}\log_2 p+{}^{ナ}1\right)$$

と表される。これが C の座標と一致するから

$$\begin{cases} \dfrac{1}{3}p=q & \cdots\cdots ④ \\ \dfrac{1}{3}\log_2 p+1=\log_2 q & \cdots\cdots ⑤ \end{cases}$$

が成り立つ。⑤ は

$$\frac{1}{3}\log_2 p+1=\log_2 q$$

$$\log_2 p^{\frac{1}{3}}+\log_2 2=\log_2 q$$

$$2p^{\frac{1}{3}}=q$$

$$p=\frac{{}^{ニ}1}{{}^{ヌ}8}q^{{}^{ネ}3}$$

と変形できる。これと，④ より

$$p=\frac{1}{8}\cdot\left(\frac{1}{3}p\right)^3$$

よって　$p^3-6^3p=0$

$$p(p^2-6^3)=0$$

$p>0$ より　$p={}^{ノ}6\sqrt{{}^{ハ}6}$

これより　$q=\dfrac{1}{3}\cdot 6\sqrt{6}={}^{ヒ}2\sqrt{{}^{フ}6}$

また，C の y 座標 $\log_2(2\sqrt{6})$ について

$$\log_2(2\sqrt{6})=\log_2 2+\log_2\sqrt{6}=1+\frac{1}{2}\log_2 6=1+\frac{1}{2}(\log_2 2+\log_2 3)$$

$$=1+\frac{1}{2}(1+\log_2 3)=\frac{3}{2}+\frac{1}{2}\log_2 3$$

ここで，底の変換公式により　$\log_2 3=\dfrac{\log_{10}3}{\log_{10}2}$　であるから

$$\log_2(2\sqrt{6})=\frac{3}{2}+\frac{1}{2}\log_2 3=\frac{3}{2}+\frac{\log_{10}3}{2\log_{10}2}=1.5+\frac{0.4771}{2\times 0.3010}=2.2925\cdots$$

よって，小数第 2 位を四捨五入して小数第 1 位まで求めると　2.3　（^{ヘ}⑥）