数学Ⅱ・B　第 1 問〔1〕

2 倍角の公式により

$$\cos 2\alpha+\cos 2\beta=2\cos^2\alpha-1+2\cos^2\beta-1$$
$$=2(\cos^2\alpha+\cos^2\beta)-2$$

$\cos 2\alpha+\cos 2\beta=\dfrac{4}{15}$ であるから　$2(\cos^2\alpha+\cos^2\beta)-2=\dfrac{4}{15}$

よって　$\cos^2\alpha+\cos^2\beta=\dfrac{^{\text{アイ}}17}{^{\text{ウエ}}15}$

また，② から　$\cos^2\alpha\cos^2\beta=\dfrac{2^2\cdot 15}{15^2}=\dfrac{^{\text{オ}}4}{15}$

したがって，解と係数の関係により，$\cos^2\alpha$，$\cos^2\beta$ は，t に関する 2 次方程式

$$t^2-\frac{17}{15}t+\frac{4}{15}=0$$

の解である。これを解くと

$$15t^2-17t+4=0$$
$$(5t-4)(3t-1)=0$$

よって　$t=\dfrac{4}{5}$，$\dfrac{1}{3}$

条件 ③ より，$|\cos\alpha|\geqq|\cos\beta|$ であるから　$|\cos^2\alpha|\geqq|\cos^2\beta|$

よって　$\cos^2\alpha=\dfrac{^{\text{カ}}4}{^{\text{キ}}5}$，$\cos^2\beta=\dfrac{^{\text{ク}}1}{^{\text{ケ}}3}$

② より，$\cos\alpha$ と $\cos\beta$ は異符号である。

また，$0\leqq\alpha\leqq\pi$，$0\leqq\beta\leqq\pi$，$\alpha<\beta$ より，$\cos\beta<\cos\alpha$ であるから

$$\cos\alpha>0,\ \cos\beta<0$$

したがって　$\cos\alpha=\dfrac{^{\text{コ}}2\sqrt{^{\text{サ}}5}}{^{\text{シ}}5}$，$\cos\beta=\dfrac{^{\text{ス}}-\sqrt{^{\text{セ}}3}}{^{\text{ソ}}3}$