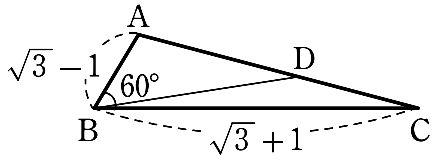
数学Ⅰ・A　第２問〔1〕

(1)　△ABCにおいて，余弦定理により

$$\mathrm{AC}^2=\mathrm{AB}^2+\mathrm{BC}^2-2\mathrm{AB}\cdot\mathrm{BC}\cos\angle\mathrm{ABC}$$
$$=(\sqrt{3}-1)^2+(\sqrt{3}+1)^2-2(\sqrt{3}-1)(\sqrt{3}+1)\cos 60^\circ$$
$$=4-2\sqrt{3}+4+2\sqrt{3}-(3-1)=6$$



AC>0であるから　　$\mathrm{AC}=\sqrt{{}^{ア}6}$

また，△ABCの外接円の半径をRとすると，正弦定理により　$\dfrac{\mathrm{AC}}{\sin\angle\mathrm{ABC}}=2R$

よって　　$R=\dfrac{\sqrt{6}}{2\sin 60^\circ}=\dfrac{\sqrt{6}}{\sqrt{3}}=\sqrt{{}^{イ}2}$

さらに，正弦定理により，$\dfrac{\mathrm{BC}}{\sin\angle\mathrm{BAC}}=2R$であるから

$$\sin\angle\mathrm{BAC}=\frac{\sqrt{3}+1}{2\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{{}^{ウ}6}+\sqrt{{}^{エ}2}}{{}^{オ}4}\quad\left(\text{または}\ \frac{\sqrt{{}^{ウ}2}+\sqrt{{}^{エ}6}}{{}^{オ}4}\right)$$

(2)　$\triangle\mathrm{ABD}=\dfrac{1}{2}\mathrm{AB}\cdot\mathrm{AD}\sin\angle\mathrm{BAC}$ であるから

$$\mathrm{AB}\cdot\mathrm{AD}=\frac{2\triangle\mathrm{ABD}}{\sin\angle\mathrm{BAC}}=\frac{\dfrac{\sqrt{2}}{3}}{\dfrac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}}=\frac{4}{3(\sqrt{3}+1)}$$
$$=\frac{4(\sqrt{3}-1)}{3(\sqrt{3}+1)(\sqrt{3}-1)}=\frac{{}^{カ}2\sqrt{{}^{キ}3}-{}^{ク}2}{{}^{ケ}3}$$

$\mathrm{AB}=\sqrt{3}-1$ であるから　　$\mathrm{AD}=\dfrac{{}^{コ}2}{{}^{サ}3}$