

数学 I・A 第 1 問 [2]

$$\bar{p} : x \neq 1, \quad \bar{q} : x^2 \neq 1$$

(1) 命題「 $q \implies p$ 」は偽。(反例) $x = -1$

命題「 $p \implies q$ 」は真。

よって、 q は p であるための必要条件だが十分条件でない。(ケ ①)

命題「 $\bar{p} \implies q$ 」は偽。(反例) $x = 2$

命題「 $q \implies \bar{p}$ 」は偽。(反例) $x = 1$

よって、 \bar{p} は q であるための必要条件でも十分条件でもない。(コ ③)

命題「 $(p \text{ または } \bar{q}) \implies q$ 」は偽。(反例) $x = 2$

命題「 $q \implies (p \text{ または } \bar{q})$ 」は偽。(反例) $x = -1$

よって、 $(p \text{ または } \bar{q})$ は q であるための必要条件でも十分条件でもない。(サ ③)

$$(\bar{p} \text{ かつ } q) \iff (x \neq 1 \text{ かつ } x^2 = 1) \iff x = -1$$

ゆえに、命題「 $(\bar{p} \text{ かつ } q) \implies q$ 」は真。

命題「 $q \implies (\bar{p} \text{ かつ } q)$ 」は偽。(反例) $x = 1$

よって、 $(\bar{p} \text{ かつ } q)$ は q であるための十分条件だが必要条件でない。(シ ①)

(2) $(p \text{ かつ } q) \iff (x = 1 \text{ かつ } x^2 = 1) \iff x = 1$

ゆえに、命題 A 「 $(p \text{ かつ } q) \implies r$ 」は真。

命題 B 「 $q \implies r$ 」は偽。(反例) $x = -1$

命題 C の対偶は、「 $p \implies q$ 」である。

(1) より、対偶が真であるから、命題 C 「 $\bar{q} \implies \bar{p}$ 」も真である。

よって (ス ②)