数学Ⅰ･A 第４問

(1) ユークリッドの互除法により

$$197=92\cdot2+13$$
$$92=13\cdot7+1$$

よって　$1=92-13\cdot7=92-(197-92\cdot2)\cdot7=92\cdot15+197\cdot(-7)$

$92x+197y=1$ から $92\cdot15+197\cdot(-7)=1$ …… ① を引くと

$92(x-15)+197(y+7)=0$　　すなわち　$92(x-15)=-197(y+7)$

92 と 197 は互いに素であるから，$92x+197y=1$ の整数解は，n を整数として

$$x=197n+15,\quad y=-92n-7$$

$n=0$ のとき，x の絶対値は最小となる。

このとき　$x={}^{アイ}15$，$y={}^{ウエ}-7$

また，① の両辺を 10 倍して　$92\cdot150+197\cdot(-70)=10$

$92x+197y=10$ からこれを引くと　$92(x-150)+197(y+70)=0$

すなわち　$92(x-150)=-197(y+70)$

92 と 197 は互いに素であるから，$92x+197y=10$ の整数解は，k を整数として

$$x=197k+150,\quad y=-92k-70$$

$k=-1$ のとき，x の絶対値は最小となる。

このとき　$x={}^{オカキ}-47$，$y={}^{クケ}22$

(2) $11011_{(2)}=1\cdot2^4+1\cdot2^3+0\cdot2^2+1\cdot2^1+1\cdot2^0=1\cdot2^4+(2+0)\cdot2^2+(2+1)\cdot2^0$

$=1\cdot4^2+2\cdot4^1+3\cdot4^0={}^{コサシ}123_{(4)}$

また ⓪～⑤ の 6 進法の小数を 10 進法で表すと次のようになる。

⓪ $0.3_{(6)}=3\cdot\dfrac{1}{6}=\dfrac{1}{2}=0.5$　　① $0.4_{(6)}=4\cdot\dfrac{1}{6}=\dfrac{2}{3}$

② $0.33_{(6)}=3\cdot\dfrac{1}{6}+3\cdot\dfrac{1}{6^2}=\dfrac{7}{12}$　　③ $0.43_{(6)}=4\cdot\dfrac{1}{6}+3\cdot\dfrac{1}{6^2}=\dfrac{3}{4}=0.75$

④ $0.033_{(6)}=3\cdot\dfrac{1}{6^2}+3\cdot\dfrac{1}{6^3}=\dfrac{7}{72}$　　⑤ $0.043_{(6)}=4\cdot\dfrac{1}{6^2}+3\cdot\dfrac{1}{6^3}=\dfrac{1}{8}=0.125$

よって，有限小数として表せるのは　ス，セ，ソ ⓪，③，⑤

別解　④，⑤ は次のようにも計算できる。

④ $0.033_{(6)}=0.33_{(6)}\times\dfrac{1}{6}=\dfrac{7}{12}\cdot\dfrac{1}{6}=\dfrac{7}{72}$

⑤ $0.043_{(6)}=0.43_{(6)}\times\dfrac{1}{6}=\dfrac{3}{4}\cdot\dfrac{1}{6}=\dfrac{1}{8}=0.125$

参考　一般に，10 進数の整数でない既約分数 $\dfrac{m}{n}$ について，次のことが成り立つ。

分母 n の素因数は 2，5 だけからなる $\Longleftrightarrow$ $\dfrac{m}{n}$ は有限小数で表される

分母 n の素因数に 2，5 以外のものがある $\Longleftrightarrow$ $\dfrac{m}{n}$ は循環小数で表される