

数学 I・A 第 1 問 [2]

(1) (i) $\{0\}$ は、 0 のみを要素にもつ集合である。

0 は有理数であるから、 $\{0\}$ は集合 A の部分集合である。

すなわち $A \supset \{0\}$ (サ ③)

(ii) $\sqrt{28} = 2\sqrt{7}$ であるから、 $\sqrt{28}$ は無理数である。

よって、 $\sqrt{28}$ は集合 B の要素であるから $\sqrt{28} \in B$ (シ ①)

(iii) (i) より、 $\{0\} \subset A$ であるから $A = \{0\} \cup A$ (ス ⑤)

(iv) 有理数であり、かつ無理数である数は存在しないから $\emptyset = A \cap B$ (セ ④)

(2) 命題「 $p \implies q$ 」は偽。(反例) $x = \sqrt{7}$

命題「 $q \implies p$ 」は真。

(証明) $x + \sqrt{28} = r$ (r は有理数) とすると $x = r - \sqrt{28}$

r は有理数、(1)(ii) より $\sqrt{28}$ は無理数であるから、 $r - \sqrt{28}$ は無理数である。

よって、 x は無理数である。

以上から、 p は q であるための必要条件であるが、十分条件でない。(ソ ①)

命題「 $p \implies r$ 」は偽。(反例) $x = \sqrt{3}$

命題「 $r \implies p$ 」は偽。(反例) $x = 0$

以上から、 p は r であるための必要条件でも十分条件でもない。(タ ③)