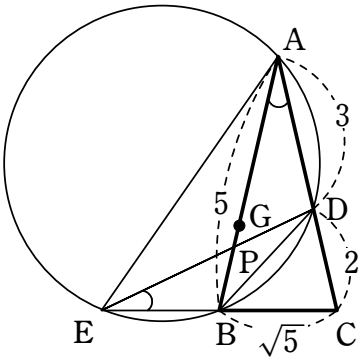
数学Ⅰ･A　第 6 問

方べきの定理により

$$\begin{aligned} CE\cdot CB &= CA\cdot CD \\ &= 5\cdot(5-3) \\ &= {}^{アイ}10 \end{aligned}$$



$CE = CB + BE = \sqrt{5} + BE$ であるから

$$(\sqrt{5} + BE)\cdot\sqrt{5} = 10$$

よって　　$BE = \sqrt{{}^{ウ}5}$

したがって，点 B は辺 EC の中点であるから，
△ACE の重心 G は線分 AB を 2 : 1 に内分する
点である。

ゆえに　　$AG = \dfrac{2}{2+1}AB = \dfrac{2}{3}\cdot 5 = \dfrac{{}^{エオ}10}{{}^{カ}3}$

また，△ECD と直線 AB について，メネラウスの定理により　　$\dfrac{EB}{BC}\cdot\dfrac{CA}{AD}\cdot\dfrac{DP}{PE} = 1$

すなわち　　$\dfrac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}}\cdot\dfrac{5}{3}\cdot\dfrac{DP}{EP} = 1$　　よって　　$\dfrac{DP}{EP} = \dfrac{{}^{キ}3}{{}^{ク}5}$　……①

△ABC と △EDC において

円周角の定理により　　∠CAB = ∠CED

∠C は共通

よって　　△ABC∽△EDC

△ABC は AB = AC の二等辺三角形であるから，△EDC は EC = ED の二等辺三角形
である。

したがって　　$DE = {}^{ケ}2\sqrt{{}^{コ}5}$　……②

①，② から　　$EP = \dfrac{5}{3+5}DE = \dfrac{5}{8}\cdot 2\sqrt{5} = \dfrac{{}^{サ}5\sqrt{{}^{シ}5}}{{}^{ス}4}$