数学Ⅰ･A　第 2 問

$y=x^2+2ax+3a^2-6a-36=(x+a)^2+2a^2-6a-36$

よって，Gの頂点の座標は　　(ア$-a$，イ$2a^2-$ウ$6a-$エオ36)

(1)　pはGとy軸との交点のy座標であるから　　$p=3a^2-6a-36$

$p=-27$ のとき　　$-27=3a^2-6a-36$

すなわち　　$a^2-2a-3=0$

因数分解すると　　$(a-3)(a+1)=0$

よって　　$a=$カ3，キク-1

また，$p=(0+a)^2+2a^2-6a-36$ であるから　　$2a^2-6a-36=p-a^2$

よって，Gの頂点の座標は　　$(-a,\ p-a^2)$　　すなわち　　$(-a,\ -27-a^2)$

ゆえに，$a=3$ のとき，Gの頂点の座標は　　$(-3,\ -36)$

$a=-1$ のとき，Gの頂点の座標は　　$(1,\ -28)$

したがって，$a=3$ のときのGをx軸方向にケ4，y軸方向にコ8だけ平行移動すると，$a=-1$ のときのGに一致する。

(2)　Gがx軸と共有点をもつための必要十分条件は

(Gの頂点の y座標)$\leqq 0$

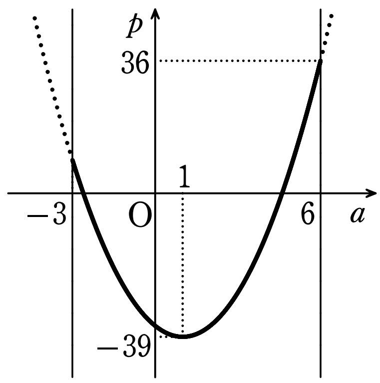
よって　　$2a^2-6a-36\leqq 0$

整理して因数分解すると　　$(a+3)(a-6)\leqq 0$

したがって

サシ$-3\leqq a\leqq$ソ6　(ス ③，セ ③)　……②

$p=3a^2-6a-36=3(a-1)^2-39$



よって，$-3\leqq a\leqq 6$ のとき，右の図から

pは$a=$タ1で最小値チツテ-39をとり，

$a=$ト6で最大値ナニ36をとる。

$f(x)=x^2+2ax+3a^2-6a-36$ とする。

Gとx軸が共有点をもち，さらにそのすべての共有点のx座標が-1より大きくなるのは，次の[1]〜[3]が同時に成り立つときである。

[1]　(Gの頂点の y座標)$\leqq 0$

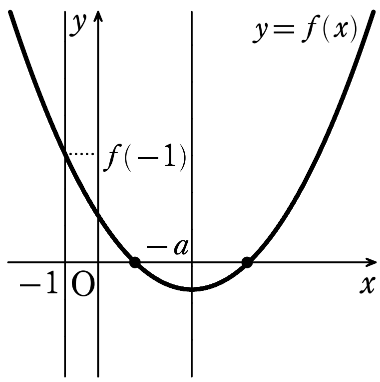
②から　　$-3\leqq a\leqq 6$

[2]　$f(-1)>0$

よって　　$3a^2-8a-35>0$

因数分解して　　$(3a+7)(a-5)>0$

したがって　　$a<-\dfrac{7}{3}$，$5<a$　……③



[3]　Gの軸 $x=-a$ について　　$-a>-1$

よって　　$a<1$　……④

②，③，④ の共通範囲を求めて

ヌネ $-3 \leqq a < \dfrac{^{ヒフ}-7}{^{ヘ}3}$ （ノ ❸，ハ ❶）