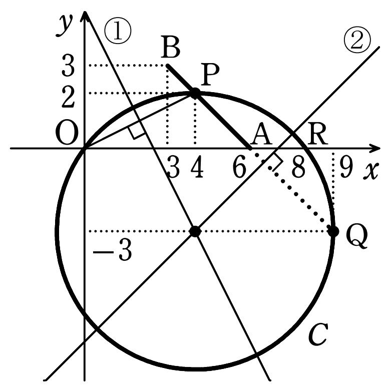
数学Ⅱ・B　第１問〔1〕



(1)　Pは線分 AB を $2:1$ に内分する点であるから，

その座標は　$\left(\dfrac{1\cdot 6+2\cdot 3}{2+1},\ \dfrac{1\cdot 0+2\cdot 3}{2+1}\right)$

すなわち　$({}^{ア}4,\ {}^{イ}2)$

Q は線分 AB を $1:2$ に外分する点であるから，

その座標は　$\left(\dfrac{-2\cdot 6+1\cdot 3}{1-2},\ \dfrac{-2\cdot 0+1\cdot 3}{1-2}\right)$

すなわち　$({}^{ウ}9,\ {}^{エオ}-3)$

(2)　線分 OP の中点の座標は　$\left(\dfrac{0+4}{2},\ \dfrac{0+2}{2}\right)$

すなわち　$(2,\ 1)$

また，直線 OP の傾きは　$\dfrac{2-0}{4-0}=\dfrac{1}{2}$

よって，線分 OP の中点を通り，OP に垂直な直線の方程式は　$y-1=-2(x-2)$

すなわち　$y={}^{カキ}-2x+{}^{ク}5$　……①

線分 PQ の中点の座標は　$\left(\dfrac{4+9}{2},\ \dfrac{2+(-3)}{2}\right)$　すなわち　$\left(\dfrac{13}{2},\ -\dfrac{1}{2}\right)$

また，直線 PQ の傾きは　$\dfrac{-3-2}{9-4}=-1$

よって，線分 PQ の中点を通り，PQ に垂直な直線の方程式は　$y-\left(-\dfrac{1}{2}\right)=x-\dfrac{13}{2}$

すなわち　$y=x-{}^{ケ}7$　……②

①，② を連立して解くと　$x=4,\ y=-3$

ゆえに，2 直線 ①，② の交点，すなわち円 C の中心の座標は　$(4,\ -3)$

円 C の半径，すなわち原点 O と中心 $(4,\ -3)$ の距離は　$\sqrt{4^2+(-3)^2}=5$

したがって，円 C の方程式は　$(x-4)^2+\{y-(-3)\}^2=5^2$

すなわち　$(x-{}^{コ}4)^2+(y+{}^{サ}3)^2={}^{シス}25$　……③

(3)　円 C と x 軸の 2 つの交点の x 座標は，③ に $y=0$ を代入して得られる x の 2 次方程式 $(x-4)^2+9=25$ の 2 つの実数解と一致する。

これを解くと　$x=0,\ 8$

よって，R の x 座標は　8

したがって，R は線分 OA を $\mathrm{OR}:\mathrm{AR}=(8-0):(8-6)=8:2={}^{セ}4:1$ に外分する。