数学Ⅰ・A　第４問

(1)　求める自然数の個数は　　$4^4={}^{アイウ}256$ (個)

(2)　求める自然数の個数は　　$4!={}^{エオ}24$ (個)

(3)　(i)　1から4までの数字から異なる2つを選ぶ選び方は　　${}_4C_2={}^{カ}6$ (通り)

(ii)　(i) で選んだ数字のうち，小さい方を置く2箇所の決め方は　　${}_4C_2={}^{キ}6$ (通り)

(iii)　異なる2つの数字を2回ずつ使ってできる自然数の個数は，(i)，(ii) で求めた場合の数の積である。

よって，求める個数は　　$6\cdot 6={}^{クケ}36$ (個)

(4)　(i)　得点が9点となるのは，4つの数字がすべて同じ場合であり，そのようなカードは4通りある。

よって，得点が9点となる確率は　　$\dfrac{4}{256}=\dfrac{{}^{コ}1}{{}^{サシ}64}$

得点が3点となるカードは，(3) から　　36通り

ゆえに，得点が3点となる確率は　　$\dfrac{36}{256}=\dfrac{{}^{ス}9}{{}^{セソ}64}$

(ii)　得点が2点となるカードについて

3回現れる数字と，1回現れる数字の選び方は　　${}_4C_1\cdot{}_3C_1=12$ (通り)

選んだ4つの数字の置き方は　　${}_4C_3=4$ (通り)

よって，得点が2点となるカードは　　$12\cdot 4=48$ (通り)

ゆえに，得点が2点となる確率は　　$\dfrac{48}{256}=\dfrac{{}^{タ}3}{{}^{チツ}16}$

得点が1点となるカードについて

2回現れる数字と，1回現れる数字2つの選び方は　　${}_4C_1\cdot{}_3C_2=12$ (通り)

選んだ4つの数字の置き方は　　${}_4C_2\cdot{}_2C_1=12$ (通り)

よって，得点が1点となるカードは　　$12\cdot 12=144$ (通り)

ゆえに，得点が1点となる確率は　　$\dfrac{144}{256}=\dfrac{{}^{テ}9}{{}^{トナ}16}$

(iii)　得点の期待値は

$$9\cdot\frac{4}{256}+3\cdot\frac{36}{256}+2\cdot\frac{48}{256}+1\cdot\frac{144}{256}+0\cdot\frac{24}{256}=\frac{9+27+24+36}{64}=\frac{{}^{ニ}3}{{}^{ヌ}2}$$