

数学Ⅱ・B 第1問〔2〕

$$\alpha = \frac{\pi}{6} \text{ のとき} \quad \sin \frac{\pi}{6} = \cos 2\beta \quad \text{すなわち} \quad \frac{1}{2} = \cos 2\beta$$

$$0 \leq 2\beta \leq 2\pi \text{ であるから} \quad 2\beta = \frac{\pi}{3}, \frac{5}{3}\pi \quad \text{よって} \quad \beta = \frac{\pi}{6}, \frac{5}{6}\pi$$

$$\sin \alpha = \cos \left(\frac{\pi}{2} - \alpha \right) \text{ であるから} \quad \cos 2\beta = \cos \left(\frac{\pi}{2} - \alpha \right)$$

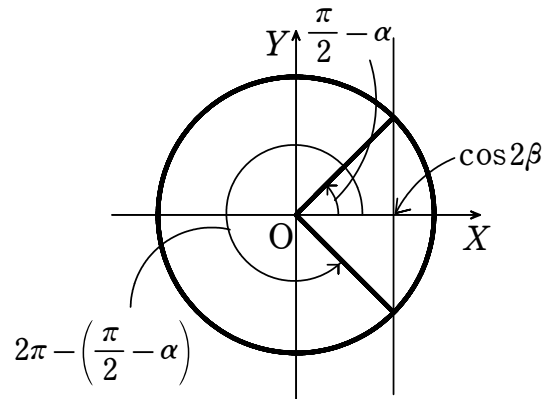
$$0 \leq \alpha < \frac{\pi}{2} \text{ のとき} \quad 0 < \frac{\pi}{2} - \alpha \leq \frac{\pi}{2}$$

$0 \leq 2\beta \leq 2\pi$ であるから, 右の図より

$$2\beta = \frac{\pi}{2} - \alpha, \quad 2\pi - \left(\frac{\pi}{2} - \alpha \right)$$

$$\text{よって} \quad \beta_1 = \frac{\pi}{4} - \frac{\alpha}{2},$$

$$\beta_2 = \frac{3}{4}\pi + \frac{\alpha}{2}$$



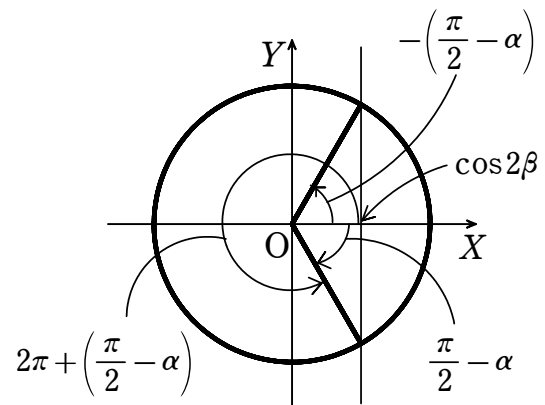
$$\frac{\pi}{2} \leq \alpha \leq \pi \text{ のとき} \quad -\frac{\pi}{2} \leq \frac{\pi}{2} - \alpha \leq 0$$

$0 \leq 2\beta \leq 2\pi$ であるから, 右の図より

$$2\beta = -\left(\frac{\pi}{2} - \alpha \right), \quad 2\pi + \left(\frac{\pi}{2} - \alpha \right)$$

$$\text{よって} \quad \beta_1 = -\frac{\pi}{4} + \frac{\alpha}{2},$$

$$\beta_2 = \frac{5}{4}\pi - \frac{\alpha}{2}$$



$$0 \leq \alpha < \frac{\pi}{2} \text{ のとき}$$

$$\begin{aligned} \alpha + \frac{\beta_1}{2} + \frac{\beta_2}{3} &= \alpha + \frac{1}{2} \left(\frac{\pi}{4} - \frac{\alpha}{2} \right) + \frac{1}{3} \left(\frac{3}{4}\pi + \frac{\alpha}{2} \right) \\ &= \frac{11}{12}\alpha + \frac{3}{8}\pi \end{aligned}$$

$$0 \leq \alpha < \frac{\pi}{2} \text{ であるから} \quad \frac{3}{8}\pi \leq \frac{11}{12}\alpha + \frac{3}{8}\pi < \frac{11}{12} \times \frac{\pi}{2} + \frac{3}{8}\pi$$

$$\text{よって} \quad \frac{3}{8}\pi \leq \frac{11}{12}\alpha + \frac{3}{8}\pi < \frac{5}{6}\pi$$

$$\text{ゆえに} \quad \frac{3}{8}\pi \leq \alpha + \frac{\beta_1}{2} + \frac{\beta_2}{3} < \frac{5}{6}\pi \quad \dots\dots \textcircled{1}$$

$$\frac{\pi}{2} \leq \alpha \leq \pi \text{ のとき}$$

$$\begin{aligned} \alpha + \frac{\beta_1}{2} + \frac{\beta_2}{3} &= \alpha + \frac{1}{2} \left(-\frac{\pi}{4} + \frac{\alpha}{2} \right) + \frac{1}{3} \left(\frac{5}{4}\pi - \frac{\alpha}{2} \right) \\ &= \frac{13}{12}\alpha + \frac{7}{24}\pi \end{aligned}$$

$$\frac{\pi}{2} \leq \alpha \leq \pi \text{ より } \frac{5}{6}\pi \leq \frac{13}{12}\alpha + \frac{7}{24}\pi \leq \frac{11}{8}\pi$$

$$\text{よって } \frac{5}{6}\pi \leq \alpha + \frac{\beta_1}{2} + \frac{\beta_2}{3} \leq \frac{11}{8}\pi \quad \dots\dots \textcircled{2}$$

$$\textcircled{1}, \textcircled{2} \text{ より, } 0 \leq \alpha \leq \pi \text{ のとき } \frac{\overset{+3}{+8}\pi}{\leq} \alpha + \frac{\beta_1}{2} + \frac{\beta_2}{3} \leq \frac{\overset{= \times 11}{\neq 8}\pi}{\leq}$$

$$\text{これより, } y = \sin\left(\alpha + \frac{\beta_1}{2} + \frac{\beta_2}{3}\right) \text{ が最大となるとき } \alpha + \frac{\beta_1}{2} + \frac{\beta_2}{3} = \frac{\pi}{2}$$

$$\text{すなわち } \frac{11}{12}\alpha + \frac{3}{8}\pi = \frac{\pi}{2} \quad \text{よって } \alpha = \frac{\overset{\prime 3}{\wedge} 3}{\wedge \text{ヒ} 22}\pi$$

このときの y の値は 1 である。

したがって $\textcircled{1}$