数学Ⅰ・A　第４問

9 枚のカードから 5 枚のカードを同時に取り出す方法は

$${}_9C_5={}_9C_4=\frac{9\cdot 8\cdot 7\cdot 6}{4\cdot 3\cdot 2\cdot 1}={}^{アイウ}126\ (通り)$$

(1)　5 のカードがある取り出し方は，5 以外のカードから 4 枚と 5 のカードを取り出す場合であるから　$${}_8C_4=\frac{8\cdot 7\cdot 6\cdot 5}{4\cdot 3\cdot 2\cdot 1}={}^{エオ}70\ (通り)$$

5 のカードがない取り出し方は，5 以外のカードから 5 枚を取り出す場合であるから

$${}_8C_5={}_8C_3=\frac{8\cdot 7\cdot 6}{3\cdot 2\cdot 1}={}^{カキ}56\ (通り)$$

別解　(5 のカードがない取り出し方)

すべての取り出し方から，5 のカードがある取り出し方を除いたものであるから

$$126-70=56\ (通り)$$

(2)　得点が 0 点となるのは，5 のカードがない場合であるから，その確率は

$$\frac{56}{126}=\frac{{}^{ク}4}{{}^{ケ}9}$$

得点が 1 点となるのは 5 が一番小さい場合であるから，そのような取り出し方は，5，6，7，8，9 のカードを取り出す 1 通りのみである。

よって，求める確率は　$\frac{{}^{コ}1}{{}^{サシス}126}$

得点が 2 点となるのは 5 が 2 番目に小さい場合であるから，そのような取り出し方は，5 のカードと，1 ～ 4 のカードから 1 枚，6 ～ 9 のカードから 3 枚取り出す場合であり

$${}_4C_1\times{}_4C_3=16\ (通り)$$

よって，求める確率は　$\frac{16}{126}=\frac{{}^{セ}8}{{}^{ソタ}63}$

得点が 3 点となるのは 5 が 3 番目に小さい場合であるから，そのような取り出し方は，5 のカードと，1 ～ 4 のカードから 2 枚，6 ～ 9 のカードから 2 枚取り出す場合であり

$${}_4C_2\times{}_4C_2=36\ (通り)$$

よって，求める確率は　$\frac{36}{126}=\frac{{}^{チ}2}{{}^{ツ}7}$

また，得点が 4 点となる取り出し方は得点が 2 点となる場合と同じ数だけあり，得点が 5 点となる取り出し方は得点が 1 点となる場合と同じ数だけある。

ゆえに，得点が 4 点となる確率は　$\frac{16}{126}$，　得点が 5 点となる確率は　$\frac{1}{126}$

したがって，得点の期待値は

$$0\times\frac{56}{126}+1\times\frac{1}{126}+2\times\frac{16}{126}+3\times\frac{36}{126}+4\times\frac{16}{126}+5\times\frac{1}{126}=\frac{210}{126}=\frac{{}^{テ}5}{{}^{ト}3}$$