数学Ⅱ・B　第5問

(1)　1回戦のゲームに参加した15人の得点の平均値Aは

$$\frac{33+44+30+38+29+26+43+23+28+34+33+26+36+30+27}{15}$$

$$=\frac{480}{15}={}^{アイ}32.{}^{ウ}0\ (点)$$

別解　仮平均を30として，平均値Aを計算すると

$$\frac{3+14+0+8-1-4+13-7-2+4+3-4+6+0-3}{15}+30$$

$$=\frac{30}{15}+30={}^{アイ}32.{}^{ウ}0\ (点)$$

得点が上位の10人の得点の総和をS_1，得点が下位の5人の得点の総和をS_2，15人全員の得点の総和をSとすると　　$\mathrm{A}_1=\dfrac{S_1}{10}$，$\mathrm{A}_2=\dfrac{S_2}{5}$，$\mathrm{A}=\dfrac{S}{15}$

よって　　$S_1=10\mathrm{A}_1$，$S_2=5\mathrm{A}_2$，$S=15\mathrm{A}$

$S_1+S_2=S$であるから　　$10\mathrm{A}_1+5\mathrm{A}_2=15\mathrm{A}$

両辺を15で割ると　　$\dfrac{{}^{エ}2}{{}^{オ}3}\mathrm{A}_1+\dfrac{{}^{カ}1}{{}^{キ}3}\mathrm{A}_2=\mathrm{A}$

(2)　2回戦のゲームに参加した10人の2回戦のゲームの得点について，平均値37.0点からの偏差が最大となるのは，得点の最大の値と平均値の差をとったときである。

よって，偏差の最大値は，番号2の人の　　$44-37={}^{ク}7.{}^{ケ}0$ (点)

また，分散Bの値は

$$\frac{1}{10}\{(37-37)^2+(44-37)^2+(34-37)^2+(35-37)^2+(30-37)^2$$
$$+(41-37)^2+(38-37)^2+(33-37)^2+(41-37)^2+(37-37)^2\}$$
$$=\frac{49+9+4+49+16+1+16+16}{10}=\frac{160}{10}={}^{コサ}16.{}^{シス}00$$

標準偏差Cの値は　　$\sqrt{16.00}={}^{セ}4.{}^{ソ}0$ (点)

(3)　$x=\mathrm{D}-43$，$y=\mathrm{E}-43$，$z=\mathrm{F}-43$である。

3回戦のゲームの得点の平均値について，仮平均を43とすると

$$\frac{(\mathrm{D}-43)+(43-43)+(\mathrm{E}-43)+(\mathrm{F}-43)}{4}+43=43$$

よって　　$(\mathrm{D}-43)+(\mathrm{E}-43)+(\mathrm{F}-43)=0$

すなわち　$x+y+z={}^{タ}0$　…… ①

また，得点の最大の値はD，得点の最小の値はFであるから，範囲について

$\mathrm{D}-\mathrm{F}=7$

一方　　$x-z=(\mathrm{D}-43)-(\mathrm{F}-43)=\mathrm{D}-\mathrm{F}$

ゆえに　　$x-z={}^{チ}7$　…… ②

さらに，分散について　$\frac{1}{4}\{(\mathrm{D}-43)^2+(43-43)^2+(\mathrm{E}-43)^2+(\mathrm{F}-43)^2\}=6.5$

よって　$(\mathrm{D}-43)^2+(\mathrm{E}-43)^2+(\mathrm{F}-43)^2=26$

すなわち　$x^2+y^2+z^2={}^{ツテ}26$　…… ③

② から　$x=z+7$　…… ④

①，④ から　$y=-(x+z)=-\{(z+7)+z\}=-2z-7$　…… ⑤

④，⑤ を ③ に代入して　$(z+7)^2+(-2z-7)^2+z^2=26$

整理すると　$6(z^2+7z+12)=0$　　ゆえに　$(z+4)(z+3)=0$

よって　$z=-4,\ -3$

④，⑤ から，$z=-4$ のとき　$x=3,\ y=1$

$z=-3$ のとき　$x=4,\ y=-1$

このうち，$z<y<0<x$ を満たす x，y，z の値は　$x=4,\ y=-1,\ z=-3$

よって　$\mathrm{D}=x+43={}^{トナ}47$（点），$\mathrm{E}=y+43={}^{ニヌ}42$（点），$\mathrm{F}=z+43={}^{ネノ}40$（点）

(4)　2 回戦の得点が 40 点以上であるのは，番号 2，7，13 の 3 人である。

与えられた 4 つの相関図のうち，変量 q について 40 点以上を表す点がちょうど 3 つ存在する相関図は　①，②

また，2 回戦の得点が 41 点である番号 7，13 の 2 人の 1 回戦の得点は，それぞれ

43 点，　36 点

①，② の相関図のうち，これらを表す点が存在する相関図は　^{ハ}②

② の相関図から，変量 p と変量 q の間には正の相関関係があるとみられる。

したがって　^{ヒ}⓪

$\boxed{\text{参考}}$　与えられた表の得点から，実際に変量 p，q の相関係数 r の値を計算すると

$r=0.785$

したがって，強めの正の相関関係がある。

(5)　r の値が 0 以上 10 未満となるのは，$0\leqq\frac{q-p}{p}\times100<10$，すなわち $p\leqq q$ かつ $q<\frac{11}{10}p$ であるときである。

番号 1 の人について考えると，$p=33$，$q=37$ であるから，$p\leqq q$ を満たしている。

しかし，$\frac{11}{10}p=36.3<37$ であるから，$q<\frac{11}{10}p$ を満たさない。

よって，番号 1 の人の得点から定まる r の値は，0 以上 10 未満の階級に含まれない。

残りの 9 人についても同様に判定すると，番号 2，5，11 の 3 人の得点から定まる r の値が 0 以上 10 未満の階級に含まれる。

よって，表中の G の値は　${}^{フ}3$

また，H の値は　$10-(2+3+1)={}^{へ}4$

参考　変量 p と変量 q の相関図を pq 平面の一部と考えると，連立不等式 $p \leqq q$，$q < \frac{11}{10}p$ の表す領域は，相関図 ② において，右の図の斜線部分に該当する。ただし，境界線 $q=p$ は含み，境界線 $q=\frac{11}{10}p$ は含まない。

表中の G の値は，この斜線部分に含まれる点の個数と等しいから　　ア3