

数学 I・A 第 1 問 [1]

$$\frac{1}{a} = \frac{1}{3+2\sqrt{2}} = \frac{3-2\sqrt{2}}{(3+2\sqrt{2})(3-2\sqrt{2})} = \text{ア}3 - \text{イ}2\sqrt{2}$$

$$\frac{1}{b} = \frac{1}{2+\sqrt{3}} = \frac{2-\sqrt{3}}{(2+\sqrt{3})(2-\sqrt{3})} = \text{エ}2 - \text{オ}3$$

よって $\frac{a}{b} - \frac{b}{a} = (3+2\sqrt{2})(2-\sqrt{3}) - (2+\sqrt{3})(3-2\sqrt{2})$

$$= (6-3\sqrt{3}+4\sqrt{2}-2\sqrt{6}) - (6-4\sqrt{2}+3\sqrt{3}-2\sqrt{6})$$
$$= \text{カ}8\sqrt{2} - \text{ク}6\sqrt{3}$$

また、不等式 $|2abx - a^2| < b^2$ の両辺を、正の数 $2ab$ で割ると

$$\left| x - \frac{a}{2b} \right| < \frac{b}{2a}$$

$\frac{b}{2a} > 0$ であるから $-\frac{b}{2a} < x - \frac{a}{2b} < \frac{b}{2a}$

ゆえに $\frac{1}{2}\left(\frac{a}{b} - \frac{b}{a}\right) < x < \frac{1}{2}\left(\frac{a}{b} + \frac{b}{a}\right)$ …… ①

ここで $\frac{a}{b} + \frac{b}{a} = (6-3\sqrt{3}+4\sqrt{2}-2\sqrt{6}) + (6-4\sqrt{2}+3\sqrt{3}-2\sqrt{6})$

$$= 12 - 4\sqrt{6}$$

したがって、①は $\text{コ}4\sqrt{2} - \text{シ}3\sqrt{3} < x < \text{セ}6 - \text{ソ}2\sqrt{6}$