

数学Ⅱ・B 第6問

(1) $a \leq b \leq c$ であるから $c \geq a$, $b \geq a$

よって $N = a + b + c \geq a + a + a = 3a$ ゆえに $a \leq \frac{N}{3}$

すなわち、 a のとりうる値は $\frac{N}{3}$ 以下のすべての自然数である。

(2) $N = 20$ のとき $a \leq \frac{20}{3}$

これを満たす最大の自然数は 6

さらに、 $a = 3$ のとき、 b, c ($3 \leq b \leq c$) の組は

$(b, c) = (3, 14), (4, 13), (5, 12), (6, 11), (7, 10), (8, 9)$ の 6 個。

(3) 130 行では、 A の値を固定したときの b, c の組の個数を考え、それを X の値に加えている。

(2) より、 a の値を 3 で固定したとき、 b のとりうる値は $3 \leq b \leq 8$ を満たすすべての自然数であり、その個数は b, c ($3 \leq b \leq c$) の組の個数、すなわち 6 個と等しい。

これと同様に考える。

a の値を $1 \leq a \leq \frac{N}{3}$ を満たす自然数として固定したとき、 $b \leq c$ より

$$N - a = b + c \geq b + b = 2b \quad \text{よって} \quad b \leq \frac{N - a}{2}$$

$a \leq b$ であるから、 b のとりうる値は a 以上 $\frac{N - a}{2}$ 以下のすべての自然数である。

よって、130 行において、

$$a \leq b \leq \frac{N - a}{2} \text{ を満たす自然数 } b \text{ …… (*)}$$

の個数を数えて、それを X の値に加えればよい。

$\text{INT}((N - A)/2)$ は $(N - A)/2$ を超えない最大の整数を表すから、(*) の個数は

$\text{INT}((N - A)/2) - A + 1$ で表される。 よって ⑤

N に 13 を入力したときを考える。

$a \leq \frac{13}{3}$ を満たす自然数 a は $a = 1, 2, 3, 4$

よって、130 行は $a \leq \frac{13}{3}$ を満たす自然数 a の個数、すなわち 4 回実行される。

また、150 行で出力される X の値は、 $a + b + c = 13$ ($a \leq b \leq c$) を満たす自然数 a, b, c の組の総数である。

$a = 1$ のとき、 $a \leq b \leq \frac{13 - a}{2}$ すなわち $1 \leq b \leq 6$ を満たす自然数 b の個数は 6

$a = 2$ のとき、 $a \leq b \leq \frac{13 - a}{2}$ すなわち $2 \leq b \leq \frac{11}{2}$ を満たす自然数 b の個数は 4

$a = 3$ のとき、 $a \leq b \leq \frac{13 - a}{2}$ すなわち $3 \leq b \leq 5$ を満たす自然数 b の個数は 3

$a=4$ のとき、 $a \leq b \leq \frac{13-a}{2}$ すなわち $4 \leq b \leq \frac{9}{2}$ を満たす自然数 b の個数は 1

以上から、150 行で出力される X の値は $6+4+3+1=$ カキ14

(4) $a \leq b \leq c$ より、三角形の最大辺の長さは c であるから、 $c < a+b$ のとき三角形が存在する。

よって、変更前のプログラムで求めた自然数 a, b, c の組のうち、 $c < a+b$ を満たす組の総数を求めればよい。

変更後のプログラムにおいても、 B は(*)を値にとればよいから ク ④

また、 $c = N - a - b$ であるから ケ ④

さらに、 $c < a+b$ を満たすかどうか判定したいから コ ②

$c < a+b$ を満たすとき、個数 X の値を 1 つ増やせばよいから サ ⑤

$a+b+c=13$ ($a \leq b \leq c$) を満たす自然数 a, b, c の組は、(3) より

$(a, b, c) = (1, 1, 11), (1, 2, 10), (1, 3, 9), (1, 4, 8), (1, 5, 7), (1, 6, 6),$
 $(2, 2, 9), (2, 3, 8), (2, 4, 7), (2, 5, 6),$
 $(3, 3, 7), (3, 4, 6), (3, 5, 5),$
 $(4, 4, 5)$ の 14 個。

このうち、 $c < a+b$ を満たすものは

$(a, b, c) = (1, 6, 6), (2, 5, 6), (3, 4, 6), (3, 5, 5), (4, 4, 5)$ の 5 個。

したがって、変更後のプログラムにおいて、150 行で出力される X の値は シ 5