数学Ⅰ･A 第４問

11 個の玉から 5 個取り出すから，取り出し方の総数は

$$ {}_{11}\mathrm{C}_5=\frac{11\cdot10\cdot9\cdot8\cdot7}{5\cdot4\cdot3\cdot2\cdot1}={}^{アイウ}462\ (通り) $$

(1) 得点が 0 点となる取り出し方について考える。

[1] 黒玉が含まれているとき

得点が 0 点であるから，黒玉以外の 4 つの玉の数字はすべて異なる。

よって，数字の組合せは，1 ～ 5 の数字から 4 つの数字を選ぶから

$$ {}_5\mathrm{C}_4=5\ (通り) $$

4 つの数字それぞれについて，赤玉，白玉の 2 通りが考えられるから，求める場合の数は　$5\times2^4={}^{エオ}80$ (通り)

[2] 黒玉が含まれないとき

5 つの玉の数字はすべて異なるから，数字の組合せは　1 通り

よって，[1] と同様に考えると　$1\times2^5={}^{カキ}32$ (通り)

また，得点が 1 点となる取り出し方について考える。

[3] 黒玉が含まれているとき

得点が 1 点であるから，黒玉以外の 4 つの玉のうち，2 つは同じ数字の赤玉，白玉であり，残りの 2 つは数字が異なる玉である。

同じ数字の選び方は　${}_5\mathrm{C}_1=5$ (通り)

残りの 2 つの玉については，0 点のときと同様に考えて

数字の選び方が ${}_4\mathrm{C}_2$ 通り，　色の選び方が 2^2 通り　である。

よって，求める場合の数は　$5\times{}_4\mathrm{C}_2\times2^2={}^{クケコ}120$ (通り)

[4] 黒玉が含まれないとき

5 つの玉のうち，2 つは同じ数字の赤玉，白玉であり，残りの 3 つは数字が異なる玉である。

[3] と同様に考えると，同じ数字の選び方は 5 通りで，残りの 3 つの玉については

数字の選び方が ${}_4\mathrm{C}_3$ 通り，　色の選び方が 2^3 通り　である。

よって，求める場合の数は　$5\times{}_4\mathrm{C}_3\times2^3={}^{サシス}160$ (通り)

(2) (1) より，得点が 1 点である確率は　$\dfrac{120+160}{462}=\dfrac{{}^{セソ}20}{{}^{タチ}33}$

また，得点が 2 点である取り出し方は

$$ 462-(80+32+120+160)=70\ (通り) $$

よって，得点が 2 点である確率は　$\dfrac{70}{462}=\dfrac{{}^{ツ}5}{{}^{テト}33}$

ゆえに，得点の期待値は　$1\times\dfrac{20}{33}+2\times\dfrac{5}{33}=\dfrac{30}{33}=\dfrac{{}^{ナニ}10}{{}^{ヌネ}11}$