数学Ⅰ・A 第 2 問

② を平方完成すると　$y=x^2+2ax+b=(x+a)^2-a^2+b$

よって，G_2 の頂点の座標は　$(-a,\ -a^2+b)$

この点が G_1 上にあるから　$-a^2+b=3(-a)^2-2(-a)-1$

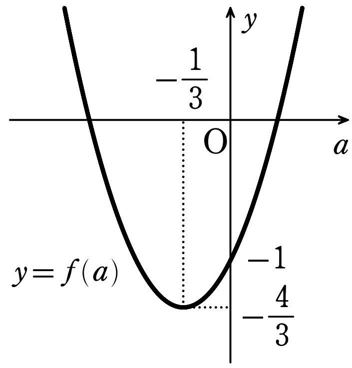
整理すると　$b={}^{ア}4a^2+{}^{イ}2a-{}^{ウ}1$

ゆえに，G_2 の頂点の座標を a を用いて表すと

$$(-a,\ {}^{エ}3a^2+2a-{}^{オ}1)$$

(1)　G_2 の頂点の y 座標を $f(a)$ とすると

$$f(a)=3a^2+2a-1=3\left(a+\frac{1}{3}\right)^2-\frac{4}{3}$$



よって，$y=f(a)$ のグラフは右の図のようになり，

$f(a)$ は $a=\dfrac{{}^{カキ}-1}{{}^{ク}3}$ のとき，最小値 $\dfrac{{}^{ケコ}-4}{{}^{サ}3}$ をとる。

また，$a=-\dfrac{1}{3}$ のとき，G_2 の軸の方程式は

$$x=-a \quad すなわち \quad x=\frac{{}^{シ}1}{{}^{ス}3}$$

さらに　$b=4\cdot\left(-\dfrac{1}{3}\right)^2+2\cdot\left(-\dfrac{1}{3}\right)-1=-\dfrac{11}{9}$

よって，② は $y=x^2-\dfrac{2}{3}x-\dfrac{11}{9}$ となり，G_2 と x 軸との交点の x 座標は，2 次方程式 $x^2-\dfrac{2}{3}x-\dfrac{11}{9}=0$ の解であるから，両辺に 9 を掛けた方程式 $9x^2-6x-11=0$ を解いて

$$x=\frac{-(-3)\pm\sqrt{(-3)^2-9\cdot(-11)}}{9}=\frac{{}^{セ}1\pm{}^{ソ}2\sqrt{{}^{タ}3}}{{}^{チ}3}$$

(2)　G_2 が点 $(0,\ 5)$ を通るから，② より　$b=5$

よって　$5=4a^2+2a-1$

整理して因数分解すると　$(a-1)(2a+3)=0$

ゆえに　$a={}^{ツ}1,\ \dfrac{{}^{テト}-3}{{}^{ナ}2}$

$a=1$ のとき，G_2 の頂点の座標は $(-1,\ 4)$ であるから，G_2 を

x 軸方向に t，y 軸方向に t

だけ平行移動したグラフの頂点の座標は　$(t-1,\ t+4)$

この点が G_1 上にあるから　$t+4=3(t-1)^2-2(t-1)-1$

整理して因数分解すると　$t(t-3)=0$

t は 0 でない数であるから　$t={}^{ニ}3$