

## 数学Ⅱ・B 第1問〔2〕

$$5\sin\theta - 3\cos 2\theta = 3$$

$$5\sin\theta - 3(1 - 2\sin^2\theta) = 3$$

よって  $\simeq 6\sin^2\theta + 5\sin\theta - \simeq 6 = 0$

ゆえに  $(3\sin\theta - 2)(2\sin\theta + 3) = 0$

$-1 \leq \sin\theta \leq 1$  より  $\sin\theta = \frac{\overset{\text{セ}}{2}}{\underset{\text{ソ}}{3}}$

よって  $\cos^2\theta = 1 - \sin^2\theta = 1 - \left(\frac{2}{3}\right)^2 = \frac{5}{9}$       ゆえに  $\cos\theta = \pm \frac{\sqrt{5}}{3}$

ここで一般に、 $0 \leq \alpha < \pi$ ,  $0 \leq \beta < \pi$ ,  $\alpha < \beta$  のとき、 $\cos\alpha > \cos\beta$  である。……(\*)

ゆえに  $\cos\theta_1 = \frac{\sqrt{\overset{\text{タ}}{5}}}{3}$ ,  $\cos\theta_2 = \frac{\overset{\text{チ}}{-\sqrt{5}}}{3}$

ここで  $\cos\theta_1 = \frac{\sqrt{5}}{3} \doteq \frac{2.236}{3} = 0.745\cdots$

$$\cos\frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2} \doteq \frac{1.414}{2} = 0.707$$

$$\cos\frac{\pi}{5} = \frac{1 + \sqrt{5}}{4} \doteq \frac{1 + 2.236}{4} = 0.809$$

よって  $\cos\frac{\pi}{4} < \cos\theta_1 < \cos\frac{\pi}{5}$

したがって、(\*)より  $\simeq \textcircled{3} \quad \frac{\pi}{5} < \theta_1 < \frac{\pi}{4}$  ……①

また、 $\theta_2 = \pi - \theta_1$  より  $\frac{3}{4}\pi < \theta_2 < \frac{4}{5}\pi$

①×3 より  $\frac{3}{5}\pi < 3\theta_1 < \frac{3}{4}\pi$

①×4 より  $\frac{4}{5}\pi < 4\theta_1 < \pi$

よって  $3\theta_1 < \frac{3}{4}\pi < \theta_2 < \frac{4}{5}\pi < 4\theta_1$       すなわち  $3\theta_1 < \theta_2 < 4\theta_1$

ゆえに、求める自然数  $n$  のうち最小のものは  $n = \overset{\text{テ}}{4}$