

数学Ⅱ・B 第1問〔1〕

底2は1より大きく、 $x \geq 2$ であるから $\log_2 x \geq \log_2 2$

よって $s \geq 1$

同様に $t \geq 1$

また $s + t = \log_2 x + \log_2 y = \log_2 xy$

$8 \leq xy \leq 16$ であるから $\log_2 8 \leq \log_2 xy \leq \log_2 16$

よって $3 \leq s + t \leq 4$

また $z = \log_2 \sqrt{x} + \log_2 y = \frac{1}{2} \log_2 x + \log_2 y$

よって $z = \frac{1}{2}s + t \dots\dots \textcircled{1}$

st 平面において、 $s \geq 1$ 、 $t \geq 1$ 、 $3 \leq s + t \leq 4$ の表す領域は、右の図の斜線部分である。ただし、境界線を含む。

また、 $\textcircled{1}$ から $t = -\frac{1}{2}s + z$

この直線が右の図の領域と共有点をもつような z の最大値を求める。

図から、直線 $\textcircled{1}$ が点(1, 3)を通るとき、 z は最大となり

$$z = \frac{1}{2} \times 1 + 3 = \frac{7}{2}$$

すなわち、 z は $s = 1$ 、 $t = 3$ のとき最大値 $\frac{7}{2}$ をとる。

$1 = \log_2 x$ より $x = 2$

$3 = \log_2 y$ より $y = 8$

したがって、 z は $x = 2$ 、 $y = 8$ のとき最大値 $\frac{7}{2}$ をとる。

