数学Ⅰ・A 第２問

① から　$y=2\{x^2-2(a+1)x\}+10a+1$

$$=2\{x-(a+1)\}^2-2(a+1)^2+10a+1$$

$$=2\{x-(a+1)\}^2-2a^2+6a-1$$

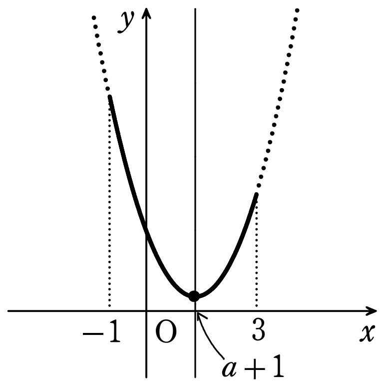
よって，グラフ G の頂点の座標は　$\left(a+{}^{\text{ア}}1,\ {}^{\text{イウ}}-2a^2+{}^{\text{エ}}6a-{}^{\text{オ}}1\right)$

(1)　グラフ G が x 軸と接するのは，頂点の y 座標が 0 のときであるから

$-2a^2+6a-1=0$　　よって　$a=\dfrac{{}^{\text{カ}}3\pm\sqrt{{}^{\text{キ}}7}}{{}^{\text{ク}}2}$

(2)　関数 ① の $-1\leqq x\leqq 3$ における最小値 m が

$m=-2a^2+6a-1$　となるのは，グラフの軸の位置が右の図のようになるときである。



よって　$-1\leqq a+1\leqq 3$

ゆえに　${}^{\text{ケコ}}-2\leqq a\leqq {}^{\text{サ}}2$

$a<-2$ のとき，下左図のように $x=-1$ で最小値をとるから

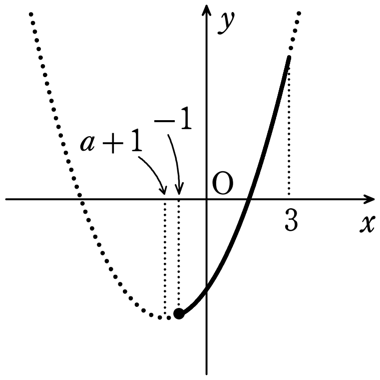
$$m=2\cdot(-1)^2-4(a+1)\cdot(-1)+10a+1$$

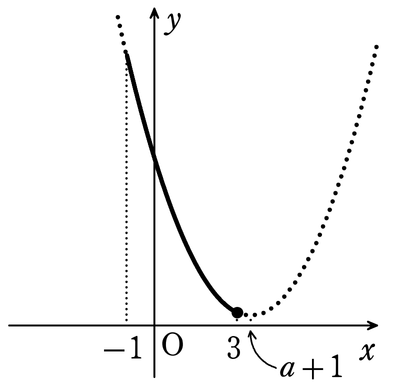
$$={}^{\text{シス}}14a+{}^{\text{セ}}7$$

$2<a$ のとき，下右図のように $x=3$ で最小値をとるから

$$m=2\cdot3^2-4(a+1)\cdot3+10a+1$$

$$={}^{\text{ソタ}}-2a+{}^{\text{チ}}7$$





また，$m=\dfrac{7}{9}$ となる a の値を求める。

[1]　$a<-2$ のとき　　$14a+7=\dfrac{7}{9}$　　よって　$a=-\dfrac{4}{9}$

これは $a<-2$ を満たさない。

[2]　$-2\leqq a\leqq 2$ のとき　　$-2a^2+6a-1=\dfrac{7}{9}$　　すなわち　$(3a-1)(3a-8)=0$

よって　$a=\dfrac{1}{3},\ \dfrac{8}{3}$　　$-2\leqq a\leqq 2$ を満たすのは　$a=\dfrac{1}{3}$

[3]　$2<a$ のとき　　$-2a+7=\dfrac{7}{9}$　　よって　$a=\dfrac{28}{9}$

　これは $2<a$ を満たす。

以上 [1]～[3] から　$a=\dfrac{{}^{ツ}1}{{}^{テ}3},\ \dfrac{{}^{トナ}28}{{}^{ニ}9}$