

数学 ・ B 第 6 問

互除法は、次のような計算法である。

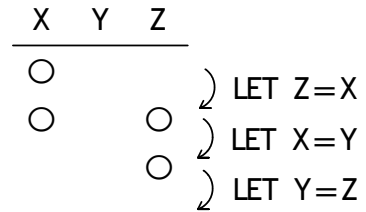
- [1] 2つの自然数 x, y ($x \geq y$) について, x を y で割った余りを r とする
- [2] [1] において, $r \neq 0$ であれば, あらためて y, r をそれぞれ x, y とし, 再び [1] の計算をする
- [3] [1] において, $r = 0$ であれば, そのときの y が, x と y の最大公約数である

この [プログラム] では, 210 行 ~ 230 行で [1] の割り算を行い, 240 行 ~ 250 行で, [2] の変数のおきかえを行っている。

(1) X と Y の値を交換するには,

Z に X を代入 (LET Z=X) し, X に Y を代入 (LET X=Y) し, Y に Z を代入 (LET Y=Z) すればよい。

したがって ア ④



(2) Y=0 のときに 180 行を実行する。

Y=0 となるのは, 上の計算法の [3] のときであるから, そのとき表示する最大公約数は, 240 行から, X である。

したがって イ ①

(3) 最大公約数を表示したら終了するから, 270 行に行けばよい。

したがって ウ ⑤

また, 変数をおきかえたら, 余り Y が 0 かどうか判定するから, 170 行に行けばよい。したがって エ ①

(4) $x=98, y=54$ について互除法を適用すると, 次のようになる。

- 98 を 54 で割ると 1 あまり 44
- 54 を 44 で割ると 1 あまり 10
- 44 を 10 で割ると 4 あまり 4
- 10 を 4 で割ると 2 あまり 2
- 4 を 2 で割ると 2 あまり 0

170 行は, この 5 回のステップそれぞれの始めと, 一番最後に実行されるから, 全部で 6 回実行される。

また, 210 行 ~ 230 行では, X を Y で割るかわりに, X を Y で割った商の回数だけ X から Y を引いている。

よって, 220 行が実行される回数は, 各ステップにおける割り算の商の和に等しい。

したがって, $1+1+4+2+2=10$ (回) 実行される。

(5) 210 行 ~ 230 行では, X を Y で割った余り R を求めている。

X を Y で割った商は $\text{INT}(X/Y)$ であるから, 余り R は, $R=X-\text{INT}(X/Y)*Y$ である。

したがって ク ②

(6) ① は誤りである。(反例: $x=2, y=4$)

x と y の最大公約数を d とすると, $x=dx', y=dy'$ (x', y' は互いに素な自然数) と

表される。

このとき，最小公倍数は $dx'y'$ である。

ゆえに，① ~ ④ について

$$\textcircled{1} : d + dx'y' \neq dx' + dy'$$

$$\textcircled{2} : |d - dx'y'| \neq |dx' - dy'|$$

$$\textcircled{3} : d \cdot dx'y' = dx' \cdot dy' = xy$$

$$\textcircled{4} : \frac{dx'y'}{d} \neq \frac{dx'}{dy'}$$

したがって ケ ③

(7) (6) から，はじめに X と Y の積を求めておけばよい。したがって コ ④

(8) X, Y の値が変化する前に求めておかなければならないから，160 行と 170 行の間に挿入する。したがって サ ②

(9) 最大公約数は，(2) より X であるから，最小公倍数を L とすると，(6) から， $X * L = T$ が成り立つ。

ゆえに，最小公倍数 L は $L = T/X$ したがって シ ①