

数学 ・ B 第 5 問

(1) 変数 x の平均値 \bar{x} は

$$\begin{aligned}\bar{x} &= \frac{1}{12}\{(-12)+(-9)+(-3)+3+10+17+20+19+15+7+1+(-8)\} \\ &= \frac{60}{12} = 5.0 \text{ (}^\circ\text{C)}\end{aligned}$$

また, 変数 x を小さい順に並べると

$$-12, -9, -8, -3, 1, 3, 7, 10, 15, 17, 19, 20$$

よって, 中央値は $\frac{3+7}{2} = 5.0 \text{ (}^\circ\text{C)}$

(2) A グループの変数 x は $-12, -9, -8, -3$

よって, 平均値は $\frac{1}{4}\{(-12)+(-9)+(-8)+(-3)\} = -8.0 \text{ (}^\circ\text{C)}$

ゆえに, 分散は $\frac{1}{4}\{[-12-(-8)]^2+[-9-(-8)]^2+[-8-(-8)]^2+[-3-(-8)]^2\}$
 $= \frac{42}{4} = 10.5$

A グループの変数 y の値を y_1, \dots, y_4 とし, B グループの変数 y の値を

y_5, \dots, y_{12} とすると, 条件から $\frac{1}{4}\sum_{i=1}^4 y_i = 6.0$, $\frac{1}{8}\sum_{i=5}^{12} y_i = 21.5$

ゆえに, 変数 y の平均値は

$$\frac{1}{12}\sum_{i=1}^{12} y_i = \frac{1}{12}\left(\sum_{i=1}^4 y_i + \sum_{i=5}^{12} y_i\right) = \frac{1}{12}(6.0 \times 4 + 21.5 \times 8) = \frac{196}{12} = 16.33\dots$$

小数第 2 位を四捨五入して $16.3 \text{ }^\circ\text{C}$

(3) 入力ミスのあった月以外の変数 y の値を y_1, \dots, y_{11} とする。

修正前, 修正後の y の平均値をそれぞれ \bar{y} , \bar{y}' とすると

$$\bar{y} = \frac{1}{12}\left(\sum_{i=1}^{11} y_i + 30\right), \quad \bar{y}' = \frac{1}{12}\left(\sum_{i=1}^{11} y_i + 18\right)$$

よって $\bar{y}' - \bar{y} = \frac{1}{12}\left(\sum_{i=1}^{11} y_i + 18\right) - \frac{1}{12}\left(\sum_{i=1}^{11} y_i + 30\right) = \frac{1}{12}(18 - 30) = -1$

ゆえに, $1.0 \text{ }^\circ\text{C}$ 減少する。

また, y の値を 30 から 18 に修正すると, 平均値 16.3 に近づくから, 分散は修正前より減少する。したがって ①

参考 分散がどれだけ減少するか調べてみよう。

修正前の変数 y の分散を v_y とすると $v_y = \frac{1}{12}\left\{\sum_{i=1}^{11}(y_i - \bar{y})^2 + (30 - \bar{y})^2\right\}$

修正後の変数 y の平均値 \bar{y}' は $\bar{y} - 1$ であるから, 分散を $v_{y'}$ とすると

$$v_{y'} = \frac{1}{12}\left[\sum_{i=1}^{11}\{y_i - (\bar{y} - 1)\}^2 + \{18 - (\bar{y} - 1)\}^2\right]$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{1}{12} \left[\sum_{i=1}^{11} \{(y_i - \bar{y}) + 1\}^2 + \{(30 - \bar{y}) - 11\}^2 \right] \\
&= \frac{1}{12} \left[\sum_{i=1}^{11} \{(y_i - \bar{y})^2 + 2(y_i - \bar{y}) + 1\} + (30 - \bar{y})^2 - 22(30 - \bar{y}) + 121 \right] \\
&= \frac{1}{12} \left[\left\{ \sum_{i=1}^{11} (y_i - \bar{y})^2 + (30 - \bar{y})^2 \right\} + 2 \left\{ \sum_{i=1}^{11} (y_i - \bar{y}) + (30 - \bar{y}) \right\} - 24(30 - \bar{y}) + 132 \right] \\
&= v_y + 2 \cdot \frac{1}{12} \left\{ \sum_{i=1}^{11} (y_i - \bar{y}) + (30 - \bar{y}) \right\} - 2(30 - \bar{y}) + 11
\end{aligned}$$

ここで、 $\frac{1}{12} \left\{ \sum_{i=1}^{11} (y_i - \bar{y}) + (30 - \bar{y}) \right\}$ は、修正前の $y - \bar{y}$ の平均値であるから、0 である。

ゆえに $v_{y'} = v_y - 2(30 - 16.3) + 11 = v_y - 16.4$

したがって、分散は修正前より 16.4 減少する。

- (4) 修正前の変数 y の、小さい方から 6, 7 番目の値は、相関図よりそれぞれ 12, 21 で

あるから、中央値は $\frac{12+21}{2} = 16.5$ (°C) したがって チ ②

また、修正後の変数 y の、小さい方から 6, 7 番目の値はそれぞれ 12, 18 となるか

ら、中央値は $\frac{12+18}{2} = 15.0$ (°C) したがって ツ ①

- (5) $z = y - x$ であるから $\bar{z} = \bar{y}' - \bar{x} = (16.3 - 1.0) - 5.0 = \text{チ} 10.3$ (°C)

また、 $x = -12, -9$ である月における z の値はそれぞれ

$$5 - (-12) = 17, \quad 4 - (-9) = 13$$

この位置に点がある相関図は = ①

- (6) (5) の ① の相関図において、点が右下がりに分布しているから、負の相関がある。

また、相関図から、最低気温 x の値が低い月ほど寒暖の差 z の値が大きい。

したがって 又 ③