数学Ⅰ・A　第1問〔2〕

（ケ）　命題 $p \Longrightarrow r$ は偽である。（反例）$m=3$，$n=1$

命題 $r \Longrightarrow p$ は真である。

（証明）　m が 2 で割り切れ，かつ n が 4 で割り切れるならば，

$m=2k$，$n=4l$　（k，l は自然数）　と表される。

このとき　$m+n=2k+4l=2(k+2l)$

よって，$m+n$ は 2 で割り切れる。（証明終）

したがって，p は r であるための必要条件であるが，十分条件でない。（ケ ①）

（コ）　命題 $r \Longrightarrow p$ が真であるから，その対偶である命題 $\overline{p} \Longrightarrow \overline{r}$ も真である。

命題 $p \Longrightarrow r$ が偽であるから，その対偶である命題 $\overline{r} \Longrightarrow \overline{p}$ も偽である。

したがって，$\overline{p}$ は $\overline{r}$ であるための十分条件であるが，必要条件でない。（コ ②）

（サ）「p かつ q」は次のような条件である。

$m+n$ は 2 で割り切れ，かつ n は 4 で割り切れる。

命題「p かつ q」$\Longrightarrow r$ は真である。

（証明）　$m+n$ が 2 で割り切れ，かつ n が 4 で割り切れるならば，

$m+n=2k$，$n=4l$　（k，l は自然数）　と表される。

このとき　$m=2k-4l=2(k-2l)$

よって，m は 2 で割り切れる。（証明終）

命題 $r \Longrightarrow p$ が真であり，命題 $r \Longrightarrow q$ も明らかに真であるから，

命題 $r \Longrightarrow$「p かつ q」は真である。

したがって，「p かつ q」は r であるための必要十分条件である。（サ ⓪）

（シ）「p または q」は次のような条件である。

$m+n$ は 2 で割り切れる，または n は 4 で割り切れる。

命題「p または q」$\Longrightarrow r$ は偽である。（反例）$m=3$，$n=1$

命題 $r \Longrightarrow p$ が真であるから，命題 $r \Longrightarrow$「p または q」は真である。

したがって，「p または q」は r であるための必要条件であるが，十分条件でない。

（シ ①）