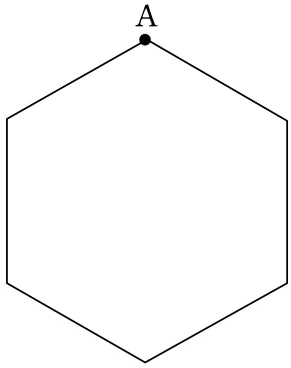
数学Ⅰ・A　第４問

(1)　3 回進めたとき，点 P が正六角形の辺上を 1 周して，ちょうど頂点 A に到達するのは，3 回の目の和が 6 になる場合で，すべての目の出方を列挙すると次の表のようになる。



1 回目	1	1	1	1	2	2	2	3	3	4
2 回目	1	2	3	4	1	2	3	1	2	1
3 回目	4	3	2	1	3	2	1	2	1	1

よって　　${}^{\text{アイ}}10$ 通り

3 回進める間に，点 P が 1 回も頂点 A にとまらないとは

$$\text{A} \xrightarrow{\text{(a)}} \text{A 以外の頂点} \xrightarrow{\text{(b)}} \text{A 以外の頂点} \xrightarrow{\text{(c)}} \text{A 以外の頂点}$$

のように進むということである。

1 回進めるとき，「A ⟶ A 以外の頂点」となる目の出方は　5 通り

「A 以外の頂点 ⟶ A 以外の頂点」となる目の出方は，出発点が A 以外のどこであっても，それぞれ　5 通り

よって，点 P が 1 回も頂点 A にとまらない目の出方は，積の法則により

$$5\times5\times5={}^{\text{ウエオ}}125 \text{ 通り}$$

(2)　さいころを 3 回投げるとき，目の出方は全部で　　6^3 通り

点 P が 3 回とも頂点 A にとまる目の出方は，1 通り (3 回とも 6 が出る) であるから，

その確率は　　$$\frac{1}{6^3}=\frac{{}^{\text{カ}}1}{{}^{\text{キクケ}}216}$$

点 P がちょうど 2 回だけ頂点 A にとまるのは

[1]　A ⟶ A ⟶ A ⟶ A 以外

[2]　A ⟶ A ⟶ A 以外 ⟶ A

[3]　A ⟶ A 以外 ⟶ A ⟶ A

の 3 つの場合があり，これらは互いに排反である。

1 回進めるとき，「A ⟶ A」となる目の出方は　1 通り

「A 以外の頂点 ⟶ A」となる目の出方は，出発点が A 以外のどこであっても，それぞれ　1 通り

よって，ちょうど 2 回だけ頂点 A にとまる確率は

$$\frac{1\times1\times5}{6^3}+\frac{1\times5\times1}{6^3}+\frac{5\times1\times1}{6^3}=\frac{15}{216}=\frac{{}^{\text{コ}}5}{{}^{\text{サシ}}72}$$

1 回だけ頂点 A にとまる確率は，余事象を考えて

$$1-\left(\frac{125}{216}+\frac{15}{216}+\frac{1}{216}\right)=1-\frac{141}{216}=\frac{75}{216}=\frac{{}^{\text{スセ}}25}{{}^{\text{ソタ}}72}$$

(3)　以上の結果を用いて，求める期待値は

$$0\times\frac{125}{216}+1\times\frac{75}{216}+2\times\frac{15}{216}+3\times\frac{1}{216}=\frac{0+75+30+3}{216}=\frac{108}{216}=\frac{{}^{\text{チ}}1}{{}^{\text{ツ}}2}$$