

数学 ・ A 第1問〔2〕

(1) 命題「自然数 n が A に属する $\implies n$ が 2 で割り切れる」は 真。

(証明) 自然数 n が A に属するとき, $n = 10k$ (k は自然数) と表せる。

このとき $n = 2 \cdot 5k$ であるから, n は 2 で割り切れる。(証明終)

逆の命題は 偽。(反例) $n = 4$

よって, 自然数 n が A に属することは, n が 2 で割り切れるための十分条件であるが, 必要条件でない。すなわち ア②

命題「自然数 n が 20 で割り切れる $\implies n$ が B に属する」は 真。

(証明) 自然数 n が 20 で割り切れるとき, $n = 20k$ (k は自然数) と表せる。

このとき $n = 4 \cdot 5k$ であるから, n は 4 で割り切れる。

すなわち, n は B に属する。(証明終)

逆の命題は 偽。(反例) $n = 8$

よって, 自然数 n が B に属することは, n が 20 で割り切れるための必要条件であるが, 十分条件でない。すなわち イ①

(2) 条件「自然数 n が 10 で割り切れる」を p , 条件「自然数 n が 4 で割り切れる」を q とする。

「自然数 n が 10 と 4 のいずれでも割り切れる $\iff p$ かつ q 」であるから

$$C = A \cap B \quad \text{すなわち} \quad \text{ウ④}$$

「自然数 n が 10 でも 4 でも割り切れない $\iff \bar{p}$ かつ \bar{q} 」であるから

$$D = \overline{A \cap B} = \overline{A} \cup \overline{B} \quad \text{すなわち} \quad \text{エ③}$$

「自然数 n が 20 で割り切れる $\iff p$ かつ q 」であるから,

「自然数 n が 20 で割り切れない $\iff \overline{p \text{ かつ } q}$ 」である。

よって $E = \overline{A \cap B}$ すなわち オ⑦