

数学Ⅱ・B 第8問

(1) $Y=4$ となるのは 4回 同じ目が出る場合であるから

$$P(Y=4) = 6 \times \left(\frac{1}{6}\right)^4 = \frac{1}{216}$$

(2) $Y=2$ となるのは 4回のうち 2回ずつ 同じ目が出る場合であるから

$$P(Y=2) = {}_6C_2 \times {}_4C_2 \left(\frac{1}{6}\right)^2 \left(\frac{1}{6}\right)^2 = \frac{5}{72}$$

(3) $P(Y=k) > 0$ となる k は $k=1, 2, 4$ の 3個ある。

$$\begin{aligned} \text{よって } P(Y=1) &= 1 - \{P(Y=2) + P(Y=4)\} \\ &= 1 - \left(\frac{5}{72} + \frac{1}{216}\right) = \frac{25}{27} \end{aligned}$$

また, Y の平均を $E(Y)$, 分散を $V(Y)$ とすると

$$E(Y) = 1 \cdot \frac{25}{27} + 2 \cdot \frac{5}{72} + 4 \cdot \frac{1}{216} = \frac{13}{12}$$

$$\begin{aligned} V(Y) &= E(Y^2) - \{E(Y)\}^2 \\ &= 1^2 \cdot \frac{25}{27} + 2^2 \cdot \frac{5}{72} + 4^2 \cdot \frac{1}{216} - \left(\frac{13}{12}\right)^2 = \frac{45}{48} \end{aligned}$$

(4) $X \geq 2$ となる確率を $P(A)$, $Y=1$ となる確率を $P(B)$ とすると

$$P(A \cap B) = 6 \cdot {}_4C_2 \left(\frac{1}{6}\right)^2 \left(\frac{5}{6}\right) \left(\frac{4}{6}\right) + 6 \cdot {}_4C_3 \left(\frac{1}{6}\right)^3 \left(\frac{5}{6}\right) = \frac{35}{54}$$

$$\begin{aligned} P(A) &= P(A \cap B) + P(Y=2) + P(Y=4) \\ &= \frac{35}{54} + \frac{5}{72} + \frac{1}{216} = \frac{39}{54} \end{aligned}$$

ゆえに, 求める条件付き確率を $P_A(B)$ とすると

$$P_A(B) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{35}{54} \div \frac{39}{54} = \frac{35}{39}$$