

数学Ⅱ・B 第3問

- (1) a, b, c がこの順で等差数列をなすことから $a+c=2b$ ……①
 c, a, b がこの順で等比数列をなすことから $a^2=bc$ ……②

①から $c=2b-a$ これを②に代入して整理すると

$$a^2+ba-2b^2=0 \quad \text{よって} \quad (a-b)(a+2b)=0$$

条件より $a \neq b$ であるから $a+2b=0$

ゆえに $b = \frac{a-1}{2} a$ これを①に代入すると $c = -2a$

このとき、等差数列 $\{x_n\}$ の公差は $b-a = \frac{-1}{2}a - a = \frac{-3}{2}a$

- (2) (1)より、等比数列 $\{y_n\}$ の公比は $-\frac{1}{2}$ 、初項 $y_1 = -2a$ であるから、
 $\{y_n\}$ の初項から第8項までの和を S_8 とすると

$$S_8 = \frac{-2a\{1-(-\frac{1}{2})^8\}}{1-(-\frac{1}{2})} = \frac{-85}{64} a$$

- (3) 条件より、 $\{w_n\}$ の初項は $c-b = -2a - (-\frac{1}{2}a) = -\frac{3}{2}a$ 、

第2項は $a-c = a - (-2a) = 3a$ よって、 $\{w_n\}$ の公差は $3a - (-\frac{3}{2}a) = \frac{9}{2}a$

したがって、 $\{w_n\}$ の一般項 w_n は

$$w_n = \frac{-3}{2}a + (n-1) \cdot \left(\frac{9}{2}a\right) = \frac{9n-12}{2}a$$

よって、 $\{z_n\}$ の一般項 z_n は、 $n \geq 2$ のとき

$$\begin{aligned} z_n &= b + \sum_{k=1}^{n-1} \frac{9k-12}{2}a \\ &= \frac{-1}{2}a + \frac{a}{2} \left\{ 9 \cdot \frac{n(n-1)}{2} - 12(n-1) \right\} \\ &= \frac{a}{4} (9n^2 - 33n + 22) \end{aligned}$$

これは $n=1$ のときも成り立つ。