数学I・A　第1問〔1〕

解の公式より，2次方程式 $x^2-3x-1=0$ の解は

$$x=\frac{-(-3)\pm\sqrt{(-3)^2-4\cdot1\cdot(-1)}}{2\cdot1}=\frac{3\pm\sqrt{13}}{2}$$

$\alpha>\beta$ であるから　$\alpha=\dfrac{{}^{\text{ア}}3+\sqrt{{}^{\text{イウ}}13}}{2}$，$\beta=\dfrac{3-\sqrt{13}}{2}$

$3^2<13<4^2$ であるから　$3<\sqrt{13}<4$ ……①

よって　$\dfrac{3+3}{2}<\dfrac{3+\sqrt{13}}{2}<\dfrac{3+4}{2}$

すなわち　$3<\alpha<\dfrac{7}{2}$　ゆえに　$3<\alpha<4$

したがって　$m={}^{\text{エ}}3$

また，①から　$-4<-\sqrt{13}<-3$

よって　$\dfrac{3-4}{2}<\dfrac{3-\sqrt{13}}{2}<\dfrac{3-3}{2}$

すなわち　$-\dfrac{1}{2}<\beta<0$　ゆえに　$-1<\beta<0$

したがって　$n={}^{\text{オカ}}-1$

$$\frac{1}{\alpha}=\frac{2}{3+\sqrt{13}}=\frac{2(3-\sqrt{13})}{(3+\sqrt{13})(3-\sqrt{13})}=\frac{2(3-\sqrt{13})}{3^2-(\sqrt{13})^2}=\frac{-3+\sqrt{13}}{2}$$

よって　$\alpha+\dfrac{1}{\alpha}=\dfrac{3+\sqrt{13}}{2}+\dfrac{-3+\sqrt{13}}{2}=\sqrt{{}^{\text{キク}}13}$

また　$\alpha^3+\dfrac{1}{\alpha^3}=\left(\alpha+\dfrac{1}{\alpha}\right)^3-3\alpha\cdot\dfrac{1}{\alpha}\left(\alpha+\dfrac{1}{\alpha}\right)$

$$=(\sqrt{13})^3-3\cdot\sqrt{13}$$

$$=13\sqrt{13}-3\sqrt{13}$$

$$={}^{\text{ケコ}}10\sqrt{{}^{\text{サシ}}13}$$