

数学II・B 第4問

$\angle BAC$ は $90^\circ$ であるから  $\arg \frac{\gamma - \alpha}{\beta - \alpha} = \pm 71 90^\circ$

$AB = AC$ であるから  $\left| \frac{\gamma - \alpha}{\beta - \alpha} \right| = 1$

$\arg \frac{\gamma - \alpha}{\beta - \alpha} = 90^\circ$  とすると  $\gamma - \alpha = (\beta - \alpha)i$

$\alpha + \beta + \gamma = 0$  より  $\gamma = -\alpha - \beta$

よって  $-\alpha - \beta - \alpha = (\beta - \alpha)i$  ゆえに  $(1+i)\beta = (-2+i)\alpha$

したがって  $\beta = \frac{-2+i}{1+i} \alpha = \frac{(-2+i)(1-i)}{(1+i)(1-i)} \alpha = \frac{-1+3i}{2} \alpha$

$\gamma = -\alpha - \frac{-1+3i}{2} \alpha = \frac{-1-3i}{2} \alpha$

よって  $p = \alpha\beta + \beta\gamma + \gamma\alpha$

$= \frac{-1+3i}{2} \alpha^2 + \frac{-1+3i}{2} \cdot \frac{-1-3i}{2} \alpha^2 + \frac{-1-3i}{2} \alpha^2$

$= \left(-1 + \frac{1-9i^2}{4}\right) \alpha^2 = \frac{3}{2} \alpha^2$

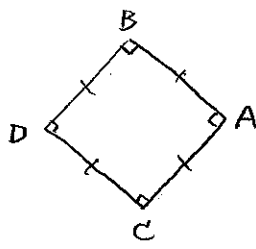
$q = \alpha\beta\gamma = \frac{-1+3i}{2} \cdot \frac{-1-3i}{2} \alpha^3 = \frac{5}{2} \alpha^3$

よって  $p^3 = \frac{27}{8} \alpha^6$ ,  $q^2 = \frac{25}{4} \alpha^6$

ゆえに  $\frac{8}{27} p^3 = \frac{4}{25} q^2$  したがって  $\sqrt[3]{50} p^3 = \sqrt[3]{27} q^2$

Dを表す複素数を  $\delta$  とする。

点Dの位置は右の図のようになるから



$\delta - \beta = \gamma - \alpha$

よって  $\delta = -\alpha + (\beta + \gamma) = -\alpha - \alpha = -2\alpha$