

数学Ⅱ・B 第3問

図から  $w = 7 - y$ ,  $z = 12x$

Dは線分ABの中点であるから  $DC_3 \parallel AA_3$

また,  $AA_3 \perp PQ$  であるから  $DC_3 \perp PQ$

したがって  $\vec{CD} \perp \vec{PQ}$  かつ  $\vec{CD} \cdot \vec{PQ} = 0$

また  $\vec{PQ} = (0, 3) - (4, 0) = (-4, 3)$ ,

$$\vec{CD} = \frac{1}{2} \vec{AB} - \vec{AC} = \frac{1}{2} (\vec{AB} - 2\vec{AC})$$

よって,  $\vec{AB} - 2\vec{AC} = (x, y) - 2(2x, -y) = (-3x, 3y)$

よって  $\vec{CD} \cdot \vec{PQ} = \frac{1}{2} \{ (-3x)(-4) + 3y \cdot 3 \} = \frac{1}{2} (12x + 9y)$

$\vec{CD} \cdot \vec{PQ} = 0$  から  $12x + 9y = 0$  したがって  $y = -\frac{4}{3}x$

ゆえに  $\vec{AB} = (x, y) = (x, -\frac{4}{3}x) = x(1, -\frac{4}{3})$

$$\vec{AC} = (2x, -y) = (2x, \frac{4}{3}x) = x(2, \frac{4}{3})$$

$$|\vec{AB}| = x \sqrt{1^2 + (-\frac{4}{3})^2} = \frac{5}{3}x, \quad |\vec{AC}| = x \sqrt{2^2 + (\frac{4}{3})^2} = \frac{2\sqrt{13}}{3}x$$

したがって  $AC = \frac{2\sqrt{13}}{5} \cdot \frac{5}{3}x = \frac{2\sqrt{13}}{3}x$  AB

また  $\vec{AB} \cdot \vec{AC} = x^2 \{ 1 \cdot 2 + (-\frac{4}{3}) \cdot \frac{4}{3} \} = \frac{2}{9}x^2$

したがって  $\cos \angle BAC = \frac{\vec{AB} \cdot \vec{AC}}{|\vec{AB}| |\vec{AC}|}$

$$= \frac{\frac{2}{9}x^2}{\frac{5}{3}x \cdot \frac{2\sqrt{13}}{3}x}$$

$$= \frac{1}{5\sqrt{13}} = \frac{\sqrt{13}}{65}$$