数学Ⅱ・B　第2問

(1) $y=x^2+2ax-a^3-2a^2$

$\quad=(x+a)^2-a^3-3a^2$

よって，頂点Pの座標は　（アイ $-a$，ウ $-a^3$ エ $-3a^2$）

P(x, y) とすると，$x=-a$，$y=-a^3-3a^2$

よって　$y=x^3-3x^2$

したがって，頂点Pは　$y=$オ x^3 カ $-3x^2$ のグラフ上にある。

(2) $y=-a^3-3a^2$ とすると　$y'=-3a^2-6a=-3a(a+2)$

$-3\leqq a\leqq 1$ のとき，y の増減表は右のようになる。

a	-3	……	-2	……	0	……	1
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	0	↘	-4	↗	0	↘	-4

したがって，$-3\leqq a<1$ のとき

y は $a=0$，-3 で最大，

$a=-2$ で最小となる。

すなわち，点Pの y 座標は　$a=$キ 0，クケ -3 のとき最大，

$a=$コサ -2 のとき最小となる。

(3) C_1：$y=x^2$

C_2：$y=x^2-$シ $6x+$ス 9

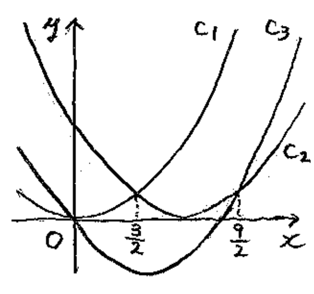
C_3：$y=x^2-$セ $4x$　　である。

C_1 と C_2 の交点の x 座標は，$x^2=x^2-6x+9$ を解いて　ソ $\frac{3}{2}$

C_1 と C_3 の交点の x 座標は，$x^2=x^2-4x$ を解いて　タ 0

C_2 と C_3 の交点の x 座標は，$x^2-6x+9=x^2-4x$ を解いて　チ $\frac{9}{2}$

(4) C_1，C_2，C_3 のグラフは右の図のようになる。



よって　ツ ③

また，求める面積は

$$\int_0^{\frac{3}{2}}\{x^2-(x^2-4x)\}dx+\int_{\frac{3}{2}}^{\frac{9}{2}}\{(x^2-6x+9)-(x^2-4x)\}dx$$

$$=\int_0^{\frac{3}{2}}4x\,dx+\int_{\frac{3}{2}}^{\frac{9}{2}}(-2x+9)dx=\Big[2x^2\Big]_0^{\frac{3}{2}}+\Big[-x^2+9x\Big]_{\frac{3}{2}}^{\frac{9}{2}}=\frac{9}{2}+9=\frac{27}{2}$$

（テト 27，ナ 2）