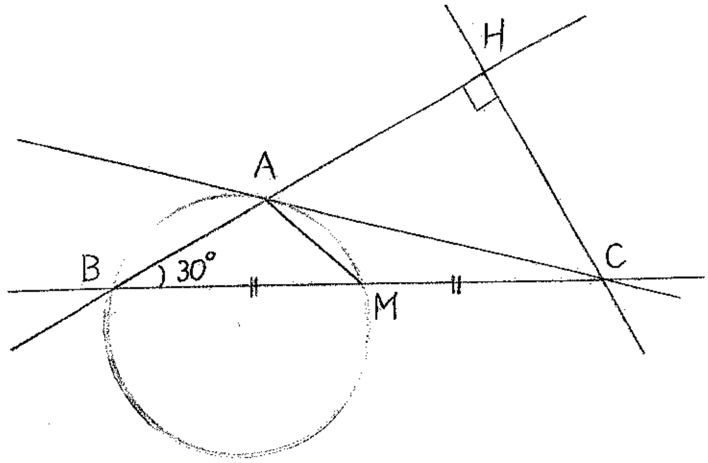
数学I·A　第4問



直角三角形HBCにおいて，

$\angle HBC = 30^\circ$ であるから

$BC = 2CH$　ゆえに ア (F)

一方，接線ACと弦AMの作る角と

弧AMに対する円周角は等しいから

$\angle MAC = \angle ABC$　ゆえに イ (5)

また $\angle MCA = \angle ACB$

よって $\triangle MAC$ と $\triangle ABC$ は相似である。

このとき $AC : BC = MC : AC$　よって $AC^2 = MC \cdot BC$

ゆえに ウ (D)

また，Mは辺BCの中点であるから $BC = 2MC$　よって $MC = CH$

したがって $AC^2 = 2CH^2$　$AC > 0$, $CH > 0$ から $AC = \sqrt{2}\,CH$（エ）

よって $HA = \sqrt{AC^2 - CH^2} = \sqrt{2CH^2 - CH^2} = CH$

ゆえに $\triangle HAC$ は直角二等辺三角形　したがって オ (1)

このとき $\angle BAM = 180^\circ - (30^\circ + 45^\circ) = 105^\circ$

よって $\angle AMB = 180^\circ - (30^\circ + 105^\circ) =$ カキ 45°

次に，$\triangle CHK$ と $\triangle BCK$ は辺CKを共有しているから，面積比は

高さの比 $HA : AB$ に等しい。　ゆえに ク (A)

また，Mは辺BCの中点であるから $\triangle HBK$ と $\triangle CHK$ の面積は等しい。

よって $HL : LC = \triangle HBK : \triangle BCK = \triangle CHK : \triangle BCK = HA : AB$

したがって $AL \parallel BC$

ゆえに，$\triangle HAL$ と $\triangle HBC$ は相似である。

また，$HA = HC$，$HL : HA = 1 : \sqrt{3}$ から $HL : HC = 1 : \sqrt{3}$

よって，$\triangle HAL$ と $\triangle HBC$ の相似比は $1 : \sqrt{3}$ である。

ゆえに $\triangle HAL : \triangle HBC = 1^2 : (\sqrt{3})^2 = 1 :$ ケ 3