数学I·A 第3問

(1) $a_1 = S_1 = -1^2 + 24 \cdot 1 = {}^{アイ}23$,　$a_2 = S_2 - a_1 = -2^2 + 24 \cdot 2 - 23 = {}^{ウエ}21$

$n \geqq 2$ のとき　$a_n = S_n - S_{n-1} = -n^2 + 24n - \{-(n-1)^2 + 24(n-1)\}$

$= -2n + 25$

ここで $n=1$ とすると，$a_1 = -2 \cdot 1 + 25 = 23$ となり，$n=1$ のときも成り立つ。

よって　$a_n = -2n + 25$

また　$a_n < 0$ となるのは　$-2n + 25 < 0$　ゆえに $n > \frac{25}{2}$

n は自然数であるから　$n \geqq {}^{オカ}13$

よって　$\displaystyle\sum_{k=1}^{40} |a_k| = \sum_{k=1}^{12} (-2k+25) + \sum_{k=13}^{40} -(-2k+25)$

$= \frac{12\{(-2+25)+(-2\cdot 12+25)\}}{2} + \frac{28\{(2\cdot 13-25)+(2\cdot 40-25)\}}{2}$

$= 144 + 784 = {}^{キクケ}928$

(2) (i) $b_k = 1 \cdot 3^{k-1} = 3^{k-1}$　よって　$3^{k-1} \leqq 10$ を満たす最大の b_k

を求めればよい。　$b_3 = 3^2 = 9$，$b_4 = 3^3 = 27$ であるから

$c_{10} = b_3 = {}^{コ}9$

$b_4 = 3^3 = 27$，$b_5 = 3^4 = 81$ であるから，$c_n = 27$ となるのは

$b_4 \leqq n < b_5$ となるときである。

ゆえに，求める自然数 n は全部で　$81 - 27 = {}^{サシ}54$ 個ある。

(ii) $b_1 \leqq n < b_2$　すなわち　$1 \leqq n < 3$　のとき　$c_n = 1$

$b_2 \leqq n < b_3$　すなわち　$3 \leqq n < 9$　のとき　$c_n = 3$

$b_3 \leqq n < b_4$　すなわち　$9 \leqq n < 27$　のとき　$c_n = 9$

$b_4 \leqq n < b_5$　すなわち　$27 \leqq n < 81$　のとき　$c_n = 27$

ゆえに　$\displaystyle\sum_{k=1}^{30} c_k = 1 \cdot 2 + 3 \cdot 6 + 9 \cdot 18 + 27 \cdot 4 = {}^{スセソ}290$