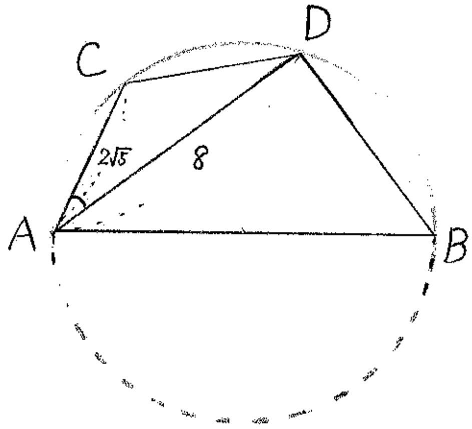
数学Ⅰ·A　第2問〔2〕

$0° < \angle CAD < 180°$ であるから　$\sin\angle CAD > 0$　　また $\tan\angle CAD = \frac{1}{2} > 0$

よって　$\cos\angle CAD > 0$ ……①

$\tan\angle CAD = \frac{1}{2}$ から　$\frac{1}{\cos^2\angle CAD} = 1 + \tan^2\angle CAD = \frac{5}{4}$

よって　$\cos^2\angle CAD = \frac{4}{5}$　　①から　$\cos\angle CAD = \frac{{}^{ケ}2\sqrt{{}^{コ}5}}{{}^{サ}5}$



ここで，△ACDに余弦定理を用いると

$CD^2 = (2\sqrt{5})^2 + 8^2 - 2\cdot 2\sqrt{5}\cdot 8\cdot \frac{2\sqrt{5}}{5}$

$= 20$

$CD > 0$ であるから　$CD = {}^{シ}2\sqrt{{}^{ス}5}$

また　$\sin\angle CAD = \sqrt{1 - \left(\frac{2\sqrt{5}}{5}\right)^2} = \frac{\sqrt{5}}{5}$

ゆえに，△ADCの面積は　$\frac{1}{2}\cdot 2\sqrt{5}\cdot 8\cdot \frac{\sqrt{5}}{5} = {}^{セ}8$

更に，△ADCの外接円の半径をRとし，△ADCについて正弦定理を用いると

$\frac{CD}{\sin\angle CAD} = 2R$　すなわち　$2\sqrt{5} \times \frac{5}{\sqrt{5}} = 2R$

よって　$2R = 10$

条件より，線分ABは△ADCの外接円の直径であるから

$AB = {}^{ソタ}10$