数学I･A　第1問〔1〕

(1)　グラフGとy軸との交点のy座標Yは

$$Y = 0^2 - 2(a+2)\cdot 0 + a^2 - a + 1 = a^2 - a + 1$$

平方完成すると　$Y = \left(a - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{3}{4}$

ゆえに，Yは　$a = \frac{^{ア}1}{^{イ}2}$　のとき最小値　$\frac{^{ウ}3}{^{エ}4}$　をとる。

このとき，グラフGの方程式は

$$y = x^2 - 2\left(\frac{1}{2}+2\right)x + \frac{3}{4} \quad \text{すなわち} \quad y = x^2 - 5x + \frac{3}{4}$$

グラフGとx軸との交点のx座標は，方程式　$x^2 - 5x + \frac{3}{4} = 0$

の解である。

よって，交点のx座標は　$x = \dfrac{-(-5) \pm \sqrt{(-5)^2 - 4\cdot 1\cdot \frac{3}{4}}}{2\cdot 1} = \dfrac{^{オ}5 \pm \sqrt{^{カキ}22}}{^{ク}2}$

(2)　グラフGがy軸に関して対称になるのは，グラフGの

軸の方程式が　$x = 0$　になるときである。

よって　$\dfrac{2(a+2)}{2\cdot 1} = 0$　　　ゆえに　$a = -^{ケ}2$

このとき，グラフG_1の方程式は

$$y = x^2 - 2(-2+2)x + (-2)^2 - (-2) + 1 \quad \text{すなわち} \quad y = x^2 + 7$$

また，グラフGがx軸に接するとき，係数について

$$\{-(a+2)\}^2 - (a^2 - a + 1) = 0$$

これを解くと　$a = -\dfrac{^{コ}3}{^{サ}5}$

このとき，グラフG_2の方程式は　$y = x^2 - 2\left(-\frac{3}{5}+2\right)x + \left(-\frac{3}{5}\right)^2 - \left(-\frac{3}{5}\right) + 1$

すなわち　$y = x^2 - \frac{14}{5}x + \frac{49}{25}$　　よって　$y = \left(x - \frac{7}{5}\right)^2$

ここで，グラフG_1の頂点$(0, 7)$をx軸方向にp，y軸方向にq

だけ平行移動すると$(p,\ q+7)$

これが，グラフG_2の頂点$\left(\frac{7}{5},\ 0\right)$と一致するから

$$p = \frac{7}{5}, \quad q + 7 = 0$$

ゆえに　$p = \dfrac{^{シ}7}{^{ス}5}$，　$q = ^{セソ}-7$