数学Ⅱ・B　第5問

(1) さいころ A, B の出た目を (1, 1) のように表す。

表が出た場合，目の和が3の倍数になるのは，3, 6, 9, 12 のときである。

3のとき　$\boxed{(1,2)}$, $\boxed{(2,1)}$　　6のとき　$(1,5)$, $\boxed{(2,4)}$, $\boxed{(3,3)}$, $\boxed{(4,2)}$, $(5,1)$

9のとき　$(3,6)$, $\boxed{(4,5)}$, $\boxed{(5,4)}$, $(6,3)$　　12のとき　$\boxed{(6,6)}$

よって　アイ 12 通り

裏が出た場合，目の和が3の倍数になるのは，3, 6, 9, 12 のときである。

(Bのさいころにそれぞれ2面ある2, 3の目はそれぞれ区別して数えることにする)

2面ある2, 3の目はそれぞれ 2①, 2②, 3①, 3② と表記する。

3のとき　$\boxed{(1,2_①)}$, $\boxed{(1,2_②)}$　　6のとき　$\boxed{(3,3_①)}$, $\boxed{(3,3_②)}$, $\boxed{(4,2_①)}$, $\boxed{(4,2_②)}$, $(5,1)$

9のとき　$\boxed{(5,4)}$, $(6,3_①)$, $(6,3_②)$, $(8,1)$　　12のとき　$(8,4)$

よって　ウエ 12 通り

目の出方は全部で36通りあるから，3の倍数になる確率は

$$\frac{1}{2}\times\frac{12}{36}+\frac{1}{2}\times\frac{12}{36}=\frac{オ1}{カ3}$$

また，目の和が3の倍数であるもののうち，差が2以下となるものは，上の □ をつけたものであるから，求める条件つき確率は

$$\frac{\frac{1}{2}\times\frac{8}{36}+\frac{1}{2}\times\frac{7}{36}}{\frac{1}{3}}=\frac{キ5}{ク8}$$

(2) 表が出たとき，ともに1〜6の目のさいころ A, B を投げることになる。

このさいころ A, B それぞれ1つを投げたときの目を表す確率変数を A_1, B_1 とし，

$X_1=A_1+B_1$ とする。

A_1 の平均 $E(A_1)$ は　$E(A_1)=\frac{1}{6}(1+2+3+4+5+6)=\frac{7}{2}$

また　$E(B_1)=E(A_1)=\frac{7}{2}$

よって，求める平均 $E(X_1)$ は　$E(X_1)=E(A_1+B_1)=E(A_1)+E(B_1)=ケ7$

また　$E(A_1{}^2)=\frac{1}{6}(1^2+2^2+3^2+4^2+5^2+6^2)=\frac{91}{6}$

よって，A_1 の分散 $V(A_1)$ は　$V(A_1)=E(A_1{}^2)-\{E(A_1)\}^2=\frac{91}{6}-\left(\frac{7}{2}\right)^2=\frac{35}{12}$

また　$V(B_1)=V(A_1)=\frac{35}{12}$

確率変数 A_1, B_1 は独立であるから，求める分散 $V(X_1)$ は

$$V(X_1) = V(A_1+B_1) = V(A_1)+V(B_1) = \frac{{}^{コサ}35}{{}^{シ}6}$$

裏が出たとき，さいころ A, B それぞれ1つ投げたときの目を表す確率変数を A_2, B_2 とし，$X_2 = A_2 + B_2$ とする。

A_2, B_2 の平均 $E(A_2), E(B_2)$ は

$$E(A_2) = \frac{1}{6}(1+3+4+5+6+8) = \frac{9}{2}, \quad E(B_2) = \frac{1}{6}(1+2+2+3+3+4) = \frac{5}{2}$$

よって，求める平均 $E(X_2)$ は $E(X_2) = E(A_2+B_2) = E(A_2)+E(B_2) = {}^{ス}7$

また $E(A_2{}^2) = \frac{1}{6}(1^2+3^2+4^2+5^2+6^2+8^2) = \frac{151}{6}$，$E(B_2{}^2) = \frac{1}{6}(1^2+2^2+2^2+3^2+3^2+4^2) = \frac{43}{6}$

よって，A_2, B_2 の分散 $V(A_2), V(B_2)$ は

$$V(A_2) = E(A_2{}^2) - \{E(A_2)\}^2 = \frac{151}{6} - \left(\frac{9}{2}\right)^2 = \frac{151}{6} - \frac{81}{4}$$

$$V(B_2) = E(B_2{}^2) - \{E(B_2)\}^2 = \frac{43}{6} - \left(\frac{5}{2}\right)^2 = \frac{43}{6} - \frac{25}{4}$$

確率変数 A_2, B_2 は独立であるから，求める分散 $V(X_2)$ は

$$V(X_2) = V(A_2+B_2) = V(A_2)+V(B_2) = \frac{151}{6} - \frac{81}{4} + \frac{43}{6} - \frac{25}{4} = \frac{{}^{セソ}35}{{}^{タ}6}$$

$E(X_1)=E(X_2)$，$V(X_1)=V(X_2)$ であるから，硬貨の裏表にかかわらず，平均，分散は同じ値をとる。

よって，求める平均 $E(X)$，分散 $V(X)$ は

$$E(X) = E(X_1) = {}^{チ}7, \quad V(X) = V(X_1) = \frac{{}^{ツテ}35}{{}^{ト}6}$$