

数学Ⅱ・B 第1問 [2]

(1) $f(\theta) = 0$ とするとき $\sin(\theta - a) = \sin\theta$

条件より, $\theta - a < \theta$, $0^\circ \leq \theta \leq 180^\circ$ であるから,

$\sin(\theta - a) = \sin\theta$ となる角度, $\theta, \theta - a$ は右の図の

ようになる.

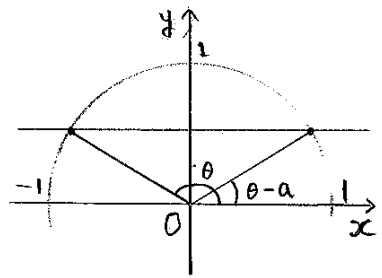
よって $90^\circ < \theta \leq 180^\circ$ ① から $\theta - a = 180^\circ - \theta$

ゆえに $\theta = 90^\circ + \frac{a}{2}$ ②

このとき, $\sin(\theta - a) = \sin\theta$ であるから, $\sin(\theta - a) = \frac{1}{2}$ より $\sin\theta = \frac{1}{2}$

よって $\theta = 30^\circ, 150^\circ$ ① から $\theta = 150^\circ$

このとき, ② から $a = 120^\circ$



(2) $a = 120^\circ$ のとき $f(\theta) = \sin(\theta - 120^\circ) - \sin\theta = \sin\theta \cos 120^\circ - \cos\theta \sin 120^\circ - \sin\theta$
 $= -\frac{3}{2} \sin\theta - \frac{\sqrt{3}}{2} \cos\theta = \sqrt{3} \sin(\theta - 150^\circ)$

$0^\circ \leq \theta \leq 180^\circ$ であるから $-150^\circ \leq \theta - 150^\circ \leq 30^\circ$

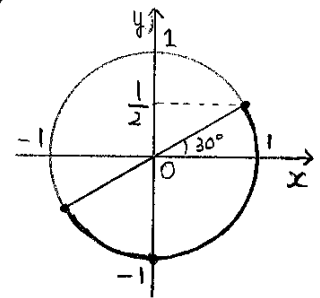
よって, 右の図から $-1 \leq \sin(\theta - 150^\circ) \leq \frac{1}{2}$

ゆえに, $f(\theta)$ は

$\theta - 150^\circ = 30^\circ$ すなわち $\theta = 180^\circ$ のとき 最大値 $\frac{\sqrt{3}}{2}$,

$\theta - 150^\circ = -90^\circ$ すなわち $\theta = 60^\circ$ のとき 最小値 $-\sqrt{3}$

とる.



別解 和→積の公式を利用すると

$f(\theta) = \sin(\theta - a) - \sin\theta = 2 \cos \frac{2\theta - a}{2} \sin \frac{-a}{2}$

(1) $f(\theta) = 0$ とするとき $2 \cos \frac{2\theta - a}{2} \sin \frac{-a}{2} = 0$

$-90^\circ < -\frac{a}{2} < 0^\circ$ であるから $\sin \frac{-a}{2} \neq 0$

よって $\cos \frac{2\theta - a}{2} = 0$

よって, $-90^\circ < \frac{2\theta - a}{2} < 180^\circ$ であるから $\frac{2\theta - a}{2} = 90^\circ$

よって $\theta = 90^\circ + \frac{a}{2}$

(以下, 同様)

$$(2) \quad \alpha = 120^\circ \text{ のとき} \quad f(\theta) = 2 \cos \frac{2\theta - 120^\circ}{2} \sin(-60^\circ) = -\sqrt{3} \cos(\theta - 60^\circ)$$

$$0^\circ \leq \theta \leq 180^\circ \text{ であるから} \quad -60^\circ \leq \theta - 60^\circ \leq 120^\circ$$

$$\text{よって, 右の図から} \quad -\frac{1}{2} \leq \cos(\theta - 60^\circ) \leq 1$$

ゆえに, $f(\theta)$ は

$$\theta - 60^\circ = 120^\circ \text{ すなわち } \theta = 180^\circ \text{ のとき 最大値 } \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\theta - 60^\circ = 0^\circ \text{ すなわち } \theta = 60^\circ \text{ のとき 最小値 } -\sqrt{3}$$

をとる.

