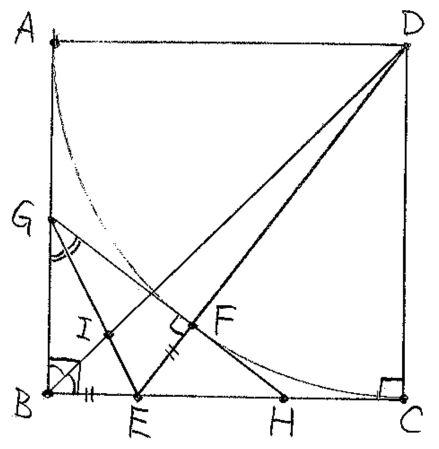
数学I・A　第4問 (1)

点Iが△BGHの内心であることを示す。



EはBCを1:3に内分するから

$EC = \frac{3}{1+3}BC = \frac{^{ア}3}{^{イ}4}$

また，∠ECD＝90°であるから，△ECDにおいて三平方の定理を用いると

$ED^2 = EC^2 + DC^2 = \left(\frac{3}{4}\right)^2 + 1^2 = \frac{25}{16}$

ED＞0 であるから　$ED = \sqrt{\frac{25}{16}} = \frac{^{ウ}5}{^{エ}4}$

よって　$EF = ED - FD = \frac{5}{4} - 1 = \frac{^{オ}1}{^{カ}4}$

また　$BE = BC - EC = 1 - \frac{3}{4} = \frac{1}{4}$

よって　BE＝EF　　ゆえに キ②

△GBEと△GFEは直角三角形で，斜辺GEを共有し，BE＝EF であるから △GBE≡△GFEが成り立つ。

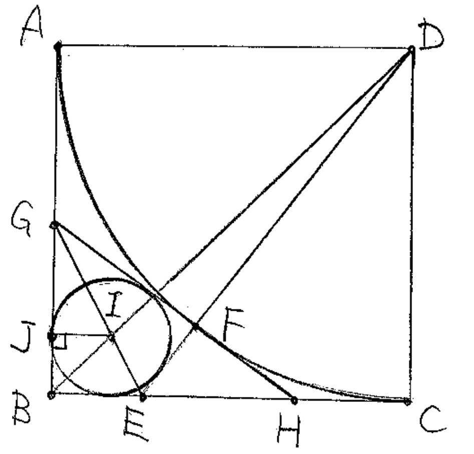
ゆえに　∠BGE＝∠FGE　　よって　ク⑦

一方　$\angle GBI = 45° = \frac{1}{2}\angle ABC = \angle EBI$　　ゆえに　ケ⓪

したがって，点Iは△BGHの2つの角の二等分線の交点であるから，△BGHの内心である。

数学I・A　第4問 (2)

△BGHの内接円Iの半径rを求める。



直線GA, GFはともに点Dを中心とする半径1の円の接線であるから

$GA = GF$

また，(1)より △GBE≡△GFEであるから　$GB = GF$

よって　$GA = GF = GB$

したがって，点Gは線分ABの中点である.

IからGBに下ろした垂線とGBとの交点をJとする。

$\angle JBI = 45^\circ$，$\angle BJI = 90^\circ$であるから，△JBIは直角二等辺三角形である.

よって　$JI = JB = r$ ……Ⓐ　ゆえに コ⑨

また，$\angle GJI = 90^\circ = \angle JBE$であるから $JI \parallel BE$

ゆえに　$GB : BE = GJ : JI$ ……Ⓑ　よって サ⑦

Ⓐから　$GJ = GB - JB = \frac{1}{2} - r$

Ⓑから　$GB \cdot JI = BE \cdot GJ$

よって　$\frac{1}{2} \cdot r = \frac{1}{4}\left(\frac{1}{2} - r\right)$

これを解くと　$r = \frac{シ1}{ス6}$