

数学I-A 第3問

(1) 等比数列 $\{a_n\}$ の初項を a 、公比を r とする。ただし、 $\{a_n\}$ は整数からなる数列であるから a, r は整数である。

$$a_1 + a_2 = 32, a_4 + a_5 = 864 \text{ から } a + ar = 32 \dots\dots ①$$

$$ar^3 + ar^4 = 864 \dots\dots ②$$

$$② \text{ から } r^3(a + ar) = 864$$

$$\text{これに } ① \text{ を代入すると } 32r^3 = 864$$

$$\text{よって } r^3 = 27$$

$$r \text{ は整数であるから } r = 3 \dots\dots ③$$

$$③ \text{ を } ① \text{ に代入して } a + 3a = 32$$

$$\text{よって } a = 8 \dots\dots ④$$

$$③, ④ \text{ から } a_n = 8 \cdot 3^{n-1}$$

$$\therefore n \text{ とき } \sum_{k=1}^n (a_k + 4k - 2) = 8 \sum_{k=1}^n 3^{k-1} + 4 \sum_{k=1}^n k - 2 \sum_{k=1}^n 1$$

$$= 8 \cdot \frac{3^n - 1}{3 - 1} + 4 \cdot \frac{1}{2} n(n+1) - 2n$$

$$= 4 \cdot 3^n + 2n^2 - 4$$

$$(2) \frac{9}{37} = 0.2432432\dots\dots = 0.\dot{2}4\dot{3}$$

$$\text{よって } b_n = \begin{cases} 2 & (n = 3m+1) \\ 4 & (n = 3m+2) \\ 3 & (n = 3m+3) \end{cases} \quad (m = 0, 1, 2, 3, \dots)$$

$\{b_n\}$ は 3 項ごとと同じ数が現れるから $p = 3$

また、 $100 = 3 \times 33 + 1$ であるから

$$\sum_{k=1}^{100} b_k = (2+4+3) \times 33 + 2 = 299$$