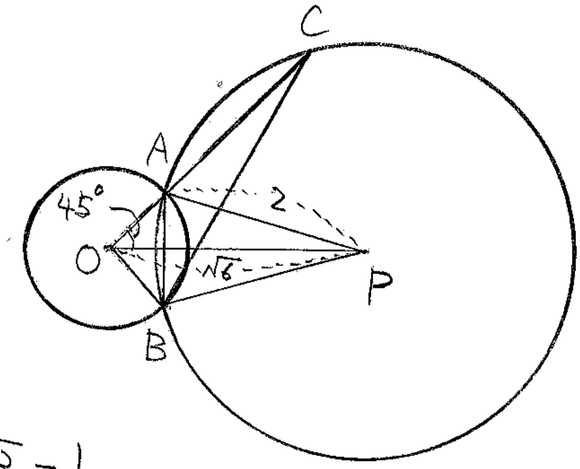
数学I・A　第2問〔2〕

△AOPに余弦定理を用いると

$AP^2 = OA^2 + OP^2 - 2OA \cdot OP \cos\angle AOP$

ここで，$OA = x$とおくと

$2^2 = x^2 + (\sqrt{6})^2 - 2x \cdot \sqrt{6} \cdot \frac{1}{\sqrt{2}}$



整理すると　$x^2 - 2\sqrt{3}x + 2 = 0$

これを解いて　$x = \sqrt{3} \pm 1$

よって，円Oの半径は　$\sqrt{{}^{ア}3} + {}^{イ}1$　または　$\sqrt{3} - 1$

△AOPと△BOPは3辺の長さがそれぞれ等しいから合同である。

よって　$\angle AOP = \angle BOP$

ゆえに　$\angle AOB = 2\angle AOP = 2 \cdot 45° = 90°$

したがって，△AOBは直角二等辺三角形である。

よって　$AB = \sqrt{2}\,OA = \sqrt{2}(\sqrt{3} - 1) = \sqrt{{}^{ウ}6} - \sqrt{{}^{エ}2}$

また，$\angle OAB = 45°$であるから

$\angle BAC = 180° - \angle OAB = 180° - 45° = {}^{スセソ}135°$

ここで，△ABCに正弦定理を用いると

$$\frac{BC}{\sin\angle BAC} = 2AP$$

よって　$BC = 2AP \sin\angle BAC$

$= 2 \cdot 2 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = {}^{タ}2\sqrt{{}^{チ}2}$