

数学I・A 第1問[2]

(1) $u=1$ となるのは、 $a=b$ のときである。

この条件を満たす (a,b) は $(1,1), (2,2), (3,3), (4,4), (5,5), (6,6)$ の6通りである。

よって、求める確率は $\frac{6}{36} = \frac{1}{6}$

(2) $u > 1$ となるのは、 $a > b$ のときである。

この条件を満たす (a,b) は $(2,1), (3,1), (3,2), (4,1), (4,2), (4,3), (5,1), (5,2), (5,3), (5,4), (6,1), (6,2), (6,3), (6,4), (6,5)$ の15通りである。

よって、求める確率は $\frac{15}{36} = \frac{5}{12}$

別解 a, b の対称性から $a > b$ になる確率と $a < b$ になる確率は等しい。

よって、求める確率は $(1 - \frac{1}{6}) \times \frac{1}{2} = \frac{5}{12}$

(3) u が整数となるのは、 b が a の約数のときである。

この条件を満たす (a,b) は $(1,1), (2,1), (2,2), (3,1), (3,3), (4,1), (4,2), (4,4), (5,1), (5,5), (6,1), (6,2), (6,3), (6,6)$ の14通りである。

よって、求める確率は $\frac{14}{36} = \frac{7}{18}$

(4) u がとりうる偶数の値は $u=2, 4, 6$ の3通りである。

[1] $u=2$ の場合 (a,b) は $(2,1), (4,2), (6,3)$ の3通りである。

よって、確率は $\frac{3}{36} = \frac{1}{12}$

[2] $u=4$ の場合 (a,b) は $(4,1)$ の1通りである。

よって、確率は $\frac{1}{36}$

[3] $u=6$ の場合 (a,b) は $(6,1)$ の1通りである。

よって、確率は $\frac{1}{36}$

また、 u が奇数になる確率は、(3)と[1]~[3]から $\frac{7}{18} - (\frac{1}{12} + \frac{1}{36} + \frac{1}{36}) = \frac{1}{4}$

よって、 T の期待値は $2 \times \frac{1}{12} + 4 \times \frac{1}{36} + 6 \times \frac{1}{36} + 1 \times \frac{1}{4} = \frac{25}{36}$