

数学I・A 第1問 [1]

$$y = -2x^2 + ax + b = -2\left(x - \frac{a}{4}\right)^2 + \frac{a^2}{8} + b$$

よって、Cは頂点の座標が $\left(\frac{a}{4}, \frac{a^2}{8} + b\right)$ の放物線である。

Cが点(3, -8)を通るとき $-8 = -2 \cdot 3^2 + a \cdot 3 + b$

すなわち $b = -3a + 10$ が成り立つ。

(1) Cがx軸と接するとき、頂点のy座標が0である。

よって $\frac{a^2}{8} + b = 0$

$b = -3a + 10$ であるから $\frac{a^2}{8} - 3a + 10 = 0$

すなわち $a^2 - 24a + 80 = 0$

ゆえに $(a-4)(a-20) = 0$

したがって $a = 4$ または $a = 20$

$a = 20$ のとき、Cの頂点の座標は $(5, 0)$

$a = 4$ のとき、Cの頂点の座標は $(1, 0)$

$5 - 1 = 4$ であるから、x軸方向に4だけ平行移動したものである。

(2) Cの頂点のy座標は $\frac{a^2}{8} + b$

$b = -3a + 10$ であるから

$$\frac{a^2}{8} + b = \frac{a^2}{8} - 3a + 10 = \frac{1}{8}(a-12)^2 - 8$$

よって、 $a = 12$ のとき最小値 -8 をとる。