

第1問 (2)

真数条件から $x > 0$

(1) $\log_9 x - \frac{3}{2} = 0$ より $x = 9^{\frac{3}{2}} = 27$ これは $x > 0$ を満たす.

(2) $\log_9 x = \frac{\log_3 x}{\log_3 9} = \frac{1}{2} \log_3 x$ であるから, $X = \log_3 x$ とおくと

$$a = X - \frac{7}{2}, \quad b = X - \frac{5}{2}, \quad c = \frac{1}{2}X - \frac{5}{2}, \quad d = \frac{1}{2}X - \frac{3}{2}$$

ここで $Y=a, Y=b, Y=c, Y=d$ のグラフを XY 平面上に

かくと右のようになる.

a, b, c, d すべてが負になるのは, グラフから

$$X < \frac{5}{2} \text{ のときである.}$$

よって $\log_3 x < \frac{5}{2}$ ゆえに $0 < x < 9^{\frac{5}{2}}$

2つが正, 2つが負になるのは, グラフから

$$\frac{3}{2} < X < \frac{7}{2} \text{ のときである.}$$

よって $\frac{3}{2} < \log_3 x < \frac{7}{2}$ ゆえに $27 < x < 27\sqrt{3}$

すべてが正になるのは, グラフから $5 < X$ のときである.

よって $\log_3 x > 5$ ゆえに $243 < x$

(3) $27 < x < 27\sqrt{3}$ のとき $\frac{3}{2} < X < \frac{7}{2}$ であるから, グラフより

$$c < a < d < b$$

