

数学I・A 第3問

$$(1) \quad \frac{-6\sqrt{3}}{18} = -\frac{1}{\sqrt{3}} \text{ であるから, この等比数列の公比は } -\frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$\text{この等比数列の一般項を } t_n \text{ とすると } t_n = 18 \left(-\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^{n-1}$$

$$\text{よって, 第6項は } t_6 = 18 \left(-\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^5 = \frac{18}{-9\sqrt{3}} = \frac{-2\sqrt{3}}{3}$$

$$n = 2m-1 \text{ とおくと } t_n = 18 \left(-\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^{2m-2} = 18 \left(\frac{1}{3}\right)^{m-1}$$

よって, 求める和は

$$\begin{aligned} \sum_{m=1}^8 t_n &= \sum_{m=1}^8 18 \left(\frac{1}{3}\right)^{m-1} = \frac{18 \left\{1 - \left(\frac{1}{3}\right)^8\right\}}{1 - \frac{1}{3}} = 3^3 \left(1 - \frac{1}{3^8}\right) \\ &= \frac{3^8 - 1}{3^5} = \frac{6561 - 1}{243} = \frac{6560}{243} \end{aligned}$$

(2) 第 k 区画に含まれる項の個数は k である。

よって, 第1区画から第20区画までの区画に含まれる項の個数は

$$\sum_{k=1}^{20} k = \frac{20 \cdot 21}{2} = 210 \text{ (個)}$$

ゆえに, a_{215} は第21区画の項であるから $a_{215} = 21$

また, 第1区画から第20区画までの区画に含まれる項の総和は

$$\sum_{k=1}^{20} k^2 = \frac{20 \cdot 21 \cdot 41}{6} = 2870$$

$3000 - 2870 = 130$ で, $21 \times 6 = 126$, $21 \times 7 = 147$ であるから,

求める最小の自然数 n の値は

$$n = 210 + 7 = 217$$