内容解説資料

ダイジェスト版

数Ⅰ ／717

数A ／717

数Ⅱ ／713

数B ／715

数Ⅲ ／712

数C ／712

教科書

副教材

教授資料など

教科書の詳細は
こちら！

教科書の紹介動画は
こちら！

数研出版

数研出版の教科書　はこう変わります！

2022 年度から高等学校の新しい教育課程が始まり，学習教材に求められることも多様になりつつあります。

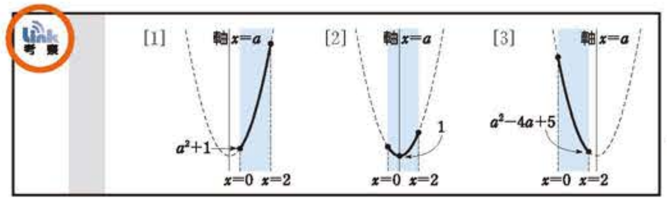
科目編成の変化による学習内容の変更だけでなく，ICT 教材の積極的な活用，数学的活動の充実，統計教育のさらなる拡充など，教育の変化に合わせて教科書が担う役割も変わっていくべきであることを，私たちも日々実感しています。

新課程の数研出版の教科書は，従来からの良さを引き継ぎつつも，新しい学びに対応していけるように，様々な要素を盛り込みました。

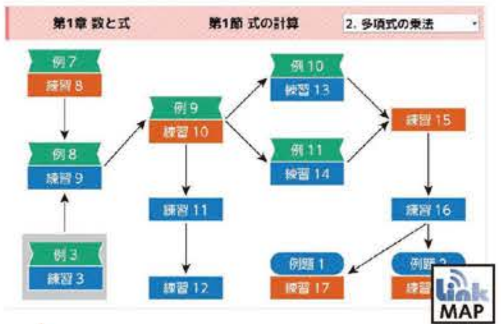
特に NEXT シリーズは，新学習指導要領が目指す内容をより積極的に取り入れています。ここでは，NEXT シリーズにおける新課程ならではの工夫について，特徴的なものを取り上げていきたいと思います。

ＩＣＴ教材の積極的な活用

紙面だけではイメージすることが難しい動きをアニメーションで見ることができたり，生徒さん自身が実際に手を動かしながら考察することで理解を深められたりできるような QR コンテンツを多数収録し，紙面の関連する箇所に「Link」というマークで示しました。紙面の二次元コードから，これらのコンテンツにアクセスできます。



→詳しくは 30, 31 ページへ



各節の初めに，その節で学ぶ例題間のつながりを俯瞰できるロードマップを見ることもできます。

章扉のページは，その章で学ぶ内容をイメージ把握できるような動画をご用意しました。

数学的活動の充実

NEXT シリーズでは，従来は高校の教科書ではあまり問われることのなかった

　理由を説明してみよう

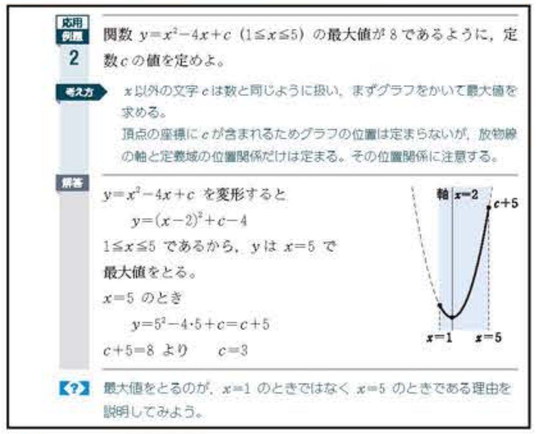
　2 つの解法を比較してわかることを述べてみよう

などの問い掛けを本文中で必要に応じて取り上げています。

生徒さんが自分自身で深く考えたり，生徒さんどうしで解法を検討しあったりする場面が授業内に自然に生まれます。

また，アクティブ・ラーニング型授業の題材としてもご使用いただけるように，教授資料に付属する「AL サポートブック」でも，一部資料をご用意しています。

→詳しくは 29，55 ページへ



応用例題 2　関数 $y=x^2-4x+c$ $(1 \leqq x \leqq 5)$ の最大値が 8 であるように，定数 c の値を定めよ。

考え方　x 以外の文字 c は数と同じように扱い，まずグラフをかいて最大値を求める。
頂点の座標に c が含まれるためグラフの位置は定まらないが，放物線の軸と定義域の位置関係だけは定まる。その位置関係に注意する。

解答　$y=x^2-4x+c$ を変形すると

$$y=(x-2)^2+c-4$$

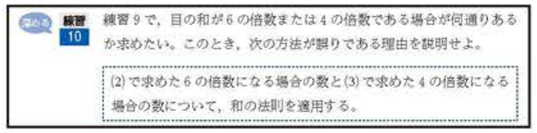
$1 \leqq x \leqq 5$ であるから，y は $x=5$ で最大値をとる。

$x=5$ のとき

$$y=5^2-4 \cdot 5+c=c+5$$

$c+5=8$ より　　$c=3$

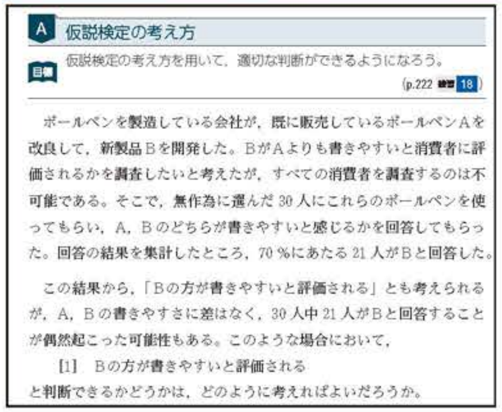
【?】最大値をとるのが，$x=1$ のときではなく $x=5$ のときである理由を説明してみよう。



深める　練習 10　練習 9 で，目の和が 6 の倍数または 4 の倍数である場合が何通りあるか求めたい。このとき，次の方法が誤りである理由を説明せよ。

(2) で求めた 6 の倍数になる場合の数と (3) で求めた 4 の倍数になる場合の数について，和の法則を適用する。

統計教育のさらなる充実



A　仮説検定の考え方

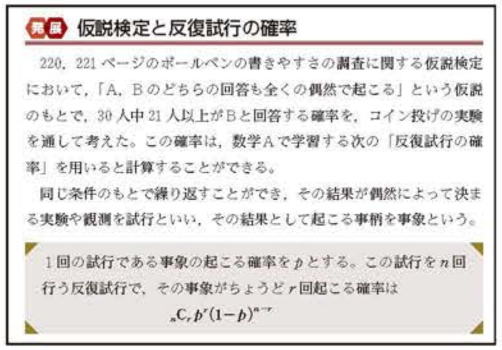
目標　仮説検定の考え方を用いて，適切な判断ができるようになろう。
(p.222 練習 18)

ボールペンを製造している会社が，既に販売しているボールペンAを改良して，新製品Bを開発した。BがAよりも書きやすいと消費者に評価されるかを調査したいと考えたが，すべての消費者を調査するのは不可能である。そこで，無作為に選んだ 30 人にこれらのボールペンを使ってもらい，A，Bのどちらが書きやすいと感じるかを回答してもらった。回答の結果を集計したところ，70 %にあたる 21 人がBと回答した。

この結果から，「Bの方が書きやすいと評価される」とも考えられるが，A，Bの書きやすさに差はなく，30 人中 21 人がBと回答することが偶然起こった可能性もある。このような場合において，

　[1]　Bの方が書きやすいと評価される

と判断できるかどうかは，どのように考えればよいだろうか。



発展　仮説検定と反復試行の確率

220，221 ページのボールペンの書きやすさの調査に関する仮説検定において，「A，Bのどちらの回答も全くの偶然で起こる」という仮説のもとで，30 人中 21 人以上がBと回答する確率を，コイン投げの実験を通して考えた。この確率は，数学Aで学習する次の「反復試行の確率」を用いると計算することができる。

同じ条件のもとで繰り返すことができ，その結果が偶然によって決まる実験や観測を試行といい，その結果として起こる事柄を事象という。

1 回の試行である事象の起こる確率を p とする。この試行を n 回行う反復試行で，その事象がちょうど r 回起こる確率は

$${}_n\mathrm{C}_r\, p^r(1-p)^{n-r}$$

新課程では，統計分野の内容拡充も大きなポイントのひとつです。数学 I では，これまでのデータの分析の内容に「仮説検定の考え方」が新たに加わります。NEXT シリーズでは，社会の形成に参画する姿勢を育めるよう，商品開発や品質調査に関する例を取り上げています。

また，数学 B の「統計的な推測」でも仮説検定が扱われることをふまえ，数学 A の「反復試行の確率」と関連した内容も数学 I で扱いました。数学 B へのスムーズなつながりを意識しています。

さらに，数学 B でも同じ題材を用いて展開することで，スムーズに理解できるようにしています。

→詳しくは 44～53，92～101 ページへ

NEXTシリーズの編集方針

NEXT シリーズは **本質を深く学べる新しい教科書** です。
次の 4 点を編集方針として掲げ，編集を行いました。

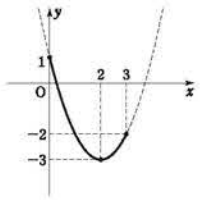
1 「何を」「なぜ」学んでいるか意識することで，より **本質的な知識・技能を習得できる** 教科書

●NEXT シリーズでは，例題などの 1 つ 1 つの内容を，単発の問題の羅列と捉えることのないよう，その例題が，これまでの内容とどのように関連していてどこが違うのかがわかるように本文を構成しています。
また，例題下に設けた【?】に答えることで，例題の解法をただ暗記して再現するだけの学習から脱却できます。「解けるのに理解していない」という状態にならず，例題で学ぶべき「本質的な知識・技能」を習得する姿勢を自然に養える構成です。

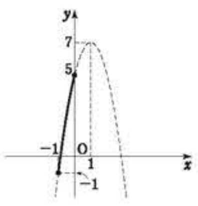
前ページ例題 3 では，関数の定義域が実数全体であった。
関数の定義域に制限のある場合も，グラフをかくことで最大値，最小値を求めることができる。

例題 4 次の関数の最大値，最小値を求めよ。
(1) $y=x^2-4x+1$ $(0 \leqq x \leqq 3)$
(2) $y=-2x^2+4x+5$ $(-1 \leqq x \leqq 0)$

解答 (1) $y=x^2-4x+1$ を変形すると
$y=(x-2)^2-3$
$0 \leqq x \leqq 3$ でのグラフは，右の図の実線部分である。
よって，y は
$x=0$ で最大値 1 をとり，
$x=2$ で最小値 -3 をとる。



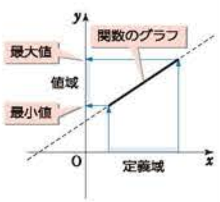
(2) $y=-2x^2+4x+5$ を変形すると
$y=-2(x-1)^2+7$
$-1 \leqq x \leqq 0$ でのグラフは，右の図の実線部分である。
よって，y は
$x=0$ で最大値 5 をとり，
$x=-1$ で最小値 -1 をとる。



【?】放物線の頂点の位置で関数が最大値，最小値をとるのは，放物線の軸と定義域の位置関係がどのようになっているときだろうか。

ここで学ぶこと

第 1 節では，2 次関数のグラフのかき方について学んだ。
関数のグラフを利用すると，関数の値の変化の様子を知ることができる。
ここではとくに，関数の最大値，最小値に注目し，その求め方について学んでいこう。
89，90 ページで学んだように，関数の最大値，最小値は，そのグラフにおいて，y 座標が最大，最小になる点を調べることで求められる。したがって，2 次関数の最大値，最小値を求めたいとき，2 次関数のグラフをかくことで求めることができる。
第 1 節の内容を思い出しながら学んでいこう。



A 2 次関数の最大・最小

目標 2 次関数の最大値，最小値が求められるようになろう。（p.106 練習 17）

●各項目の初めには **ここで学ぶこと** として，その項目で学ぶ内容をここまでに学んだ内容と関連させて提示し，その項目の内容だけでなく，全体像を俯瞰してその項目を学ぶ意義がわかるようにしています。
また，各小項目の初めに具体的な **目標** を提示することで，生徒さん自身が学ぶべきことを習得できたかどうか意識しながら学ぶことができるようになっています。

2 思考力・判断力・表現力 を養う工夫のある教科書

●大学入学共通テストや新しい学習指導要領におけるキーワードの 1 つともいえる思考力・判断力・表現力。本質的な知識・技能に加えて，普段の授業からこれらを少しずつ養っていけるような工夫をほどこしました。
★式や値を求めるだけでなく，考え方や条件を答えるような問いかけを設定し，「深める」というマーク 深める で示しました。
本文の中に設けることで，普段の授業の中で自然に思考力・判断力・表現力の基礎が育成できます。

深める 練習 14 $x=4$ で最大値をとる 2 次関数を 1 つ求めよ。

★巻末に「総合問題」として，思考力・判断力・表現力を問う問題を掲載しました。

3 生徒自身が読み進められる 教科書

●授業形態が大きく変わろうとする今，生徒さんが教科書を自分で読むことも必要になっています。
また，大学入学共通テストでは，長文で構成された問題が出題されています。一方で，生徒さんの読解力不足も大きな課題です。
読解力を大きく改善させるのは簡単ではありませんが，NEXT シリーズは，前ページで取り上げた全体像を俯瞰できる工夫によって，生徒さんが自分自身で意味を理解しながら読み進めることができます。

4 新しい入試に必要な力 が身に付けられる教科書

●教科書の大きな役割は基本事項の習得ですが，入試を視野に入れた十分な数学的素養を身につけることも疎かにはできません。
★入試で必要となる事項は，本文でしっかり扱い，「発展」や「研究」などを含めて十分にカバーしています。

発展

補足 合同式

a，b は整数，m は正の整数とする。
a を m で割ったときの余りと，b を m で割ったときの余りが等しいとき，$a-b$ は m の倍数である。このとき，a と b は m を **法** として **合同** であるという。このことを

$$a \equiv b \pmod{m}$$

と表す。このような式を **合同式** という。

★大学入学共通テストで新たに問われるような，生活と関連のある問題や長文の問題などは，節末，章末問題や巻末の総合問題で適宜扱っています。

3 花子さんの学校では，文化祭に来てくれたお客さんにチョコレートとキャンディを配ることになった。お菓子を購入する予定のお店では，チョコレート 2 個とキャンディ 7 個が入った商品Aと，チョコレート 5 個とキャンディ 3 個が入った商品Bの 2 種類の商品が，同じ値段で販売されている。この 2 つの商品 A，B を購入して，チョコレートを 200 個，キャンディを 420 個は少なくとも用意したい。商品Aを x 個，商品Bを y 個購入するとき，次の問いに答えよ。
(1) 購入するチョコレートの個数が 200 個以上になるための条件を x，y の不等式で表せ。
(2) 購入するキャンディの個数が 420 個以上になるための条件を x，y の不等式で表せ。
(3) 2 つの商品 A，B を最低でも合計で何個以上購入する必要があるか求めよ。
(4) 2 つの商品 A，B の購入金額の合計が最も少なくなるような，$(x,\ y)$ の組をすべて求めよ。

目次

数学Ⅰ

新課程では「データの分析(数学Ⅰ)」と「統計的な推測(数学B)」で仮説検定について扱います。発展「仮説検定と反復試行の確率」は数学Bへの布石です。(本書 p.53 参照)　…②

数学A

新課程では数学的活動を重視した科目「数学活用」の内容が数学A，B，Cに移行しました。数学Aでは3章「数学と人間の活動」が該当します。(本書 p.60 以降参照)　…①

●内容解説について
・内容解説を，各所に枠囲みで示しました。
・内容解説は，次の3種に分け，末尾に「…①」のように示しています。
①数研シリーズ全般に関する新課程ポイント
②このシリーズ特有の新課程ポイント
③他のシリーズと比較してご覧頂ける箇所

数学Ⅱ

新課程では，「課題学習」が数学Ⅰ，Ⅱ，Ⅲに設定されました。（本書 p.80，81 参照）　…①

数学B

新課程では「データの分析(数学Ⅰ)」と「統計的な推測(数学B)」で仮説検定について扱います。数Ⅰと題材を連動させるなど，学びやすさに配慮してます。（本書 p.95～100 参照）　…②

新課程では数学的活動を重視した科目「数学活用」の内容が数学A，B，Cに移行しました。数学Bでは3章「数学と社会生活」が該当します。　…①

数学Ⅲ

新課程ではベクトルの内容が数学Cに移行しました。「平面上のベクトル」の内容は，数学Ⅲでは既習扱いとしましたが，定義や公式が確認できるよう，数学Ⅲの巻末に補足として掲載しています。（本書 p.106，107 参照） …①

数学C

新課程では数学的活動を重視した科目「数学活用」の内容が数学A，B，Cに移行しました。
数学Cでは5章「数学的な表現の工夫」が該当します。（本書 p.112 以降参照） …①

章の構成と時間配当表

数学Ⅰ

章・節	頁数	配当時間
第 1 章　数と式	52	19
第 1 節　式の計算	19	7
第 2 節　実数	15	5
第 3 節　1 次不等式	13	5
章末問題・コラム	3	2
第 2 章　集合と命題	24	8
集合と命題	19	7
章末問題・コラム	3	1
第 3 章　2 次関数	58	28
第 1 節　2 次関数とグラフ	17	8
第 2 節　2 次方程式の値の変化	12	7
第 3 節　2 次方程式と 2 次不等式	23	11
章末問題・コラム	4	2
第 4 章　図形と計量	46	20
第 1 節　三角比	20	8
第 2 節　三角形への応用	20	10
章末問題・コラム	4	2
第 5 章　データの分析	42	11
データの分析	36	10
章末問題・コラム	4	1
課題学習	10	4
合計	232	90

数学 A

章・節	頁数	配当時間
第 1 章　場合の数と確率	66	37
第 1 節　場合の数	31	16
第 2 節　確率	30	19
章末問題・コラム	3	2
第 2 章　図形の性質	58	29
第 1 節　平面図形	42	20
第 2 節　空間図形	11	7
章末問題・コラム	3	2
第 3 章　数学と人間の活動	47	24
数学と人間の活動	44	23
章末問題	1	1
合計	171	90

数学Ⅱ

章・節	頁数	配当時間
第 1 章　式と証明	36	16
第 1 節　式と計算	19	9
第 2 節　等式・不等式の証明	13	5
章末問題	2	2
第 2 章　複素数と方程式	30	13
第 1 節　複素数と 2 次方程式の解	17	8
第 2 節　高次方程式	10	4
章末問題	1	1
第 3 章　図形と方程式	54	25
第 1 節　点と直線	20	9
第 2 節　円	15	8
第 3 節　軌跡と領域	14	6
章末問題・コラム	3	2
第 4 章　三角関数	46	21
第 1 節　三角関数	26	12
第 2 節　加法定理	14	7
章末問題・コラム	4	2
第 5 章　指数関数と対数関数	34	14
第 1 節　指数関数	14	5
第 2 節　対数関数	15	7
章末問題・コラム	3	2
第 6 章　微分法と積分法	56	26
第 1 節　微分係数と導関数	14	6
第 2 節　関数の値の変化	12	7
第 3 節　積分法	25	11
章末問題・コラム	3	2
課題学習	10	5
合計	266	120

数学 B

章・節	頁数	配当時間
第 1 章　数列	48	29
第 1 節　等差数列と等比数列	17	10
第 2 節　いろいろな数列	12	8
第 3 節　漸化式と数学的帰納法	14	8
章末問題・コラム	3	3
第 2 章　統計的な推測	60	31
第 1 節　確率分布	32	17
第 2 節　統計的な推測	22	11
章末問題・コラム	4	3
第 3 章　数学と社会生活	37	30
数学と社会生活	35	30
合計	145	90

数学Ⅲ

章・節	頁数	配当時間
第 1 章　関数	20	8
関数	16	7
章末問題・コラム	2	1
第 2 章　極限	50	21
第 1 節　数列の極限	21	10
第 2 節　関数の極限	24	10
章末問題・コラム	3	1
第 3 章　微分法	38	13
第 1 節　導関数	16	6
第 2 節　いろいろな関数の導関数	17	6
章末問題・コラム	3	1
第 4 章　微分法の応用	38	16
第 1 節　導関数の応用	23	10
第 2 節　いろいろな応用	11	5
章末問題	2	1
第 5 章　積分法とその応用	64	28
第 1 節　不定積分	16	8
第 2 節　定積分	20	9
第 3 節　積分法の応用	21	10
章末問題・発展	5	1
課題学習	8	4
合計	218	90

数学 C

章・節	頁数	配当時間
第 1 章　平面上のベクトル	48	19
第 1 節　ベクトルとその演算	26	10
第 2 節　ベクトルと平面図形	18	8
章末問題	2	1
第 2 章　空間のベクトル	30	12
空間のベクトル	25	11
章末問題・コラム	3	1
第 3 章　複素数平面	34	17
複素数平面	29	16
章末問題・コラム	3	1
第 4 章　式と曲線	52	24
第 1 節　2 次曲線	26	12
第 2 節　媒介変数表示と極座標	20	11
章末問題・コラム	4	1
第 5 章　数学的な表現の工夫	30	18
数学的な表現の工夫	28	18
合計	194	90

構成要素が多いため，２ページとってしっかり説明しました。

手引き

ここで学ぶこと	その項目で何を学ぶかについて，そこまでに学んだことと関連付けながらまとめた。
目標	小項目ごとに身に付けるべき内容である。具体的な 練習 の番号も示してあり，本文のその練習にも 目標 を付している。その 練習 を理解して解けるようになったか確認しながら進めていこう。
例 1	本文の内容を理解するための導入例や計算例である。
例題 1	学習した内容を利用して解く，重要で代表的な問題である。解答 や 証明 では模範解答の一例を示した。また，最後に 【?】 として解答の内容に関する問いを載せている。解答をただ読むだけでなく，なぜそのような解答になるか等をしっかり理解できているか確認しよう。【?】には決まった答えがあるわけではない。自分の考えをまとめ，表現することが大切である。
応用例題 1	やや発展的な問題である。解答 の前に，問題を解くためにどのように考えていくかを 考え方 として載せた。また，例題と同じく 【?】 を載せている。
練習 1	例，例題，応用例題などの内容を確実に身に付けるための練習問題である。例題などとまったく同じパターンの問題ではないものもあるが，例題の 【?】 などを通して内容がしっかり理解できていれば解ける問題である。
深める	練習 の中でも，少し見方を変えて考える必要がある問題や，内容の正確な理解が必要な問題である。取り組むことで，内容の理解を深めることができる。
Expression	正しい数学用語で内容を表現する練習である。
まとめ	ある程度の内容のまとまりで，そこで学習した内容をまとめた。何を学んだのか，学んだことが身に付いているかしっかり確認しよう。

問題	各節の終わりにあり，その節で学んだ内容を身に付けるための問題である。関連する内容について，本文の参照ページを示した。また，最後には思考力を要する問題も掲載している。
《章末問題》	A，B に分かれていて，A はその章の内容の復習問題，B は総合的な復習と応用問題である。
研究	本文の内容に関連するやや程度の高い内容を扱った。場合によっては省略して進むこともできる。なお，問題や章末問題で研究に関する内容を扱う場合は，研究 を付した。
発展	学習指導要領における数学Ⅱの範囲を超えた内容を扱った。すべての生徒が一律に学習する必要はない。
Column	数学のおもしろい話題や身近な話題，学習した内容をさらに深めていく内容などを扱った。
課題学習	本文の内容に関連する興味深い事柄について，いくつかの課題とともに取り上げた。主体的に考えて取り組んでみよう。
総合問題	思考力・判断力・表現力を要する総合的な問題を巻末に扱った。長文の問題もあるため，読解力も必要である。力試しとして取り組んでみよう。

インターネットへのリンクマーク

この教科書に関連した，理解を助けるアニメーション，活動を効果的に行うためのツール，例題間の関係を示した MAP などが利用できる目印です。

Link イメージ　Link 考察　Link MAP

これらの資料は，下のアドレスまたは右の二次元コードからアクセスできます。必要に応じて活用してください。なお，インターネット接続に際し発生する通信料は，使用者の負担となりますのでご注意ください。

https://www.chart.co.jp/qr/22mn2/

NEW!
QR コードから各種コンテンツへのアクセスが可能です。…①

NEW!

数学Ⅰを学び始める前に，この教科書を使って高校数学をどのように学んでいくのかについてまとめています。生徒さんには必ず読んでいただき，しっかり意識付けを行ってほしいです。…②

高校数学の学び方

これから高校数学を学んでいくことになりますが，数学を学ぶときに常に意識しておいてほしいことがいくつかあります。ここで挙げることを意識しながら学ぶことで，確かな数学の力を身に付けていってください。

定義を大切にする

数学は正しい論理の積み重ねです。そして，その出発点となるのが用語や記号の定義です。問題の解法を身に付けることも重要ですが，出発点である定義をおろそかにしていると，その解法すべてが揺らいでしまうことにもなりかねません。**定義を正しく理解する** ことは何よりもまず重要です。

「覚える，真似る」から「理解して身に付ける」へ

とくに基本的な問題については，その解法を確実に身に付けなければなりません。だからといって，問題の解法をやみくもに暗記することが数学を学ぶことではありません。問題の解答は，ただ覚えたりそれを真似して似た問題を解いたりするだけではなく **「解答で重要なことは何なのか」** という本質をしっかり理解して身に付けることが必要です。そうすれば，その「重要なこと」を他の問題でも活用できるようになります。そして，1つの解法を身に付けることで多くの問題が解けるようになるのです。

学んだことを振り返る

上の「解答で重要なことは何なのか」を理解するには，解答を学んだ後，改めて解答について考え直すとよいでしょう。**1つのことを学んだ後，それを振り返って考える** ことは，内容を深く理解するために重要です。振り返る観点は「重要なことは何なのか」の他に「解答のこの部分はなぜ必要なのか」「前の問題とどこが同じでどこが違うのか」「他に解き方はないか」などもあります。

この教科書では，例題の下に【?】があり，それに答えることで自然に解答を振り返って考えられるようになっています。【?】も利用して振り返って考える習慣をつけ，内容を深く理解していってください。

「何を理解して，何を理解できていないか」を理解する

学んだことを振り返る習慣がつけば，内容を深く理解できるだけでなく，「自分が何を理解して，何を理解できていないか」も理解できるようになります。

わからない問題がわかるようになるには，まず「どこがわからないか」を理解することが第一歩です。そのためには，常に自分が **内容を理解できているか確認** しながら学んでいくことが重要です。

この教科書では，各小項目の初めに 目標 を設け，目標となる具体的な 練習 も示しています。小項目ごとに「目標 が達成できたか」「目標となる 練習 を理解して解けたか」を確認しながら学んでください。目標となる練習は章扉で一覧にしてあるので，チェックしながら学習するとよいでしょう。

内容のつながりを意識する

学んだことを振り返るとき，個々の内容だけでなく，それまでに学んだこと全体を振り返ることも重要です。学んだことを振り返り，**系統立てて整理する** ことで，自分の学力として定着するのです。

それまでに学んだことが，今学んでいることにどうつながっているのかを意識して振り返るとよいでしょう。「方程式」と「関数のグラフ」のように，一見別の内容に見えて深く関わっていることも少なくありません。

正しく伝わる解答を書く

数学の問題では，最終的な答えが正しいかはもちろん重要ですが，**答えを求める過程が正しいかも同じく重要** です。数学の解答は，「内容を正しく理解して正しい過程で正しい答えを導いている」ことを伝えるメッセージなのです。

正しく伝わる解答を書くには，学習内容の理解を深めることがまず必要です。また，普段の学習のときから，自分の考えを自分の言葉で表現して他人に伝えることを意識してください。何となく理解していることでも，いざ表現しようとすると意外に難しいものです。もちろん，**正確な数学の用語・記号を使う** ことが重要なのは言うまでもありません。

以上のようなことを意識して着実に数学を学んでいけば，**確かな知識・技能** を身に付けることができます。そして，さらにそれが **思考力・判断力・表現力** へつながって，確かな数学の力になっていくはずです。

NEW!

これから学ぶことの全体像をイメージするための，その章で学ぶ内容を把握できる動画にアクセスできます。…①

第 1 章

数 と 式

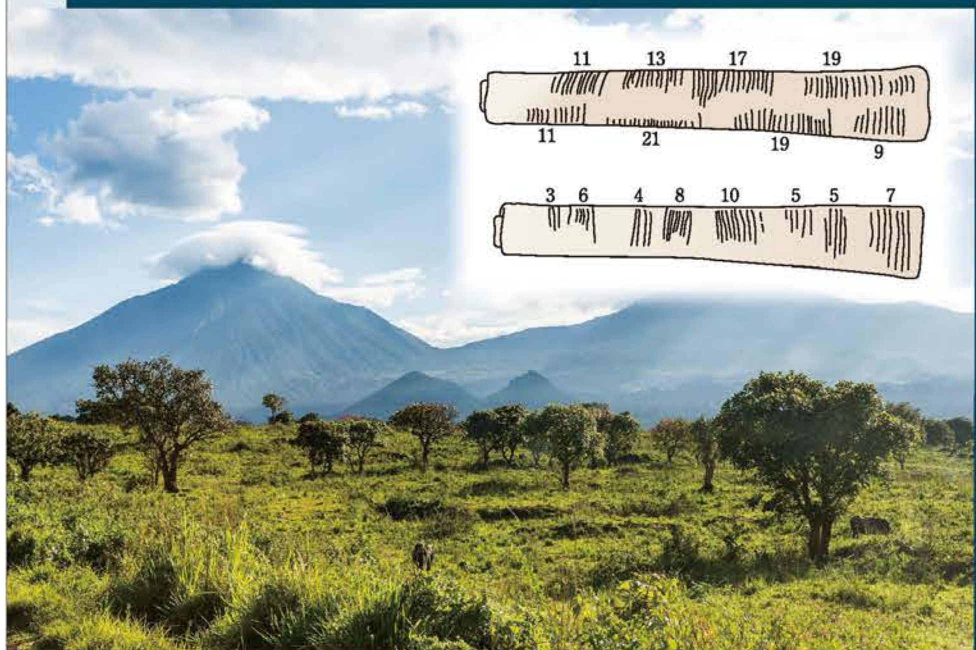
Numbers and polynomials

Link イメージ

人間の数学活動は，数をかぞえ，それを記録するところから始まったといわれる。

1960 年，アフリカのコンゴ(現在のコンゴ民主共和国)で発見された「イシャンゴのヒヒの腓骨(ひこつ)」は，紀元前 2 万年頃のものであり，骨に数が記録されたものと考えられている。

下の図は，その骨に刻まれた傷を写したものである。一番上の列の刻み目は，11，13，17，19 で 10 から 20 までのすべての素数になっていて，それらの和は 60 である。この解釈に対して，「この時代のイシャンゴにそれほどの文化があったとは思えない」という根強い反対意見もあるが，この骨が夢を大きく広げるものであることは間違いない。



NEW!

その章で学ぶ内容の簡単なチェック問題のコンテンツにアクセスできます。…①

Link ▶専用 HP から関連情報にアクセスすることができる目印です。

\ Check! ☑ /

目標

第 1 節

□ p.11 練習 2	□ p.13 練習 6	□ p.13 練習 7	□ p.15 練習 8
□ p.16 練習 10	□ p.17 練習 15	□ p.18 練習 17	□ p.18 練習 18
□ p.20 練習 20	□ p.23 練習 27	□ p.25 練習 31	

第 2 節

□ p.31 練習 33	□ p.33 練習 34	□ p.35 練習 36	□ p.36 練習 38
□ p.39 練習 43	□ p.40 練習 45	□ p.41 練習 46	

第 3 節

□ p.47 練習 52	□ p.49 練習 53	□ p.50 練習 54	□ p.51 練習 55
□ p.52 練習 61	□ p.54 練習 63		

NEW!

「目標」（次ページ参照）で挙げた，目標となる練習を一覧で掲載しました。目標が達成できたらここにチェックすることで，全体の理解度が一目瞭然になります。…②

NEW!

小項目の初めに目標を設けました。目標となる具体的な練習問題も挙げているので，目標が達成できたかどうかを生徒自身で判定でき，自らの理解度を正確に把握できます。目標となる練習にもアイコンを入れています。…②

C 1次不等式の活用

目標 1次不等式を活用して問題が解決できるようになろう。 （p.52 練習 61）

身近な問題を扱う場合，不等式で使う文字の値が自然数に限られることもある。そのような場合に不等式の解について考えよう。

練習 58 次の不等式を満たす最小の自然数 n を求めよ。

$$200+12(n-10)\leqq 15n$$

1次不等式を活用して，身近な問題を解決してみよう。

練習 59 1個60円の品物Aと1個100円の品物Bを合わせて50個買い，100円の箱に詰めてもらう。品物代と箱代の合計金額を4000円以下にするとき，品物Bは最大で何個買えるか考えよう。

(1) 品物Bを x 個買うとして，条件から x の不等式を作れ。

(2) (1)で作った不等式を解き，品物Bが最大で何個買えるか答えよ。

練習 60 ある店で1個700円の品物を売っている。300円払って店の会員になると，5％引きでこの品物を買うことができる。会員になった場合，品物を何個以上買えば，会員にならない場合より安く買えるか。

現実の問題では，様々な形で情報が与えられる。次のような場合でも問題が解決できるだろうか。

目標 **練習 61** 案内状を作ることになったので，A店とB店の製作費を調べたところ，下のチラシのようであった。B店で作るよりA店で作る方が安くなるのは，何部以上作るときか。

A店
・100部までは一律　5000円
・100部をこえた分は，1部につき40円
連絡先　0△△−7××−24●●

B店　基本料金4500円！ 安い!!
基本料金のみで100部まで作成できます。それをこえた場合は，こえた分について1部43円で承ります。
連絡先　□□@▲▲.jp

実社会で数学を活用するのに不可欠である「問題解決に必要な情報を取り出す」力を養える，新しいタイプの問題も掲載しています。…②

NEW!

この項目で学ぶ絶対値を含む方程式と不等式には，既に学んだ絶対値の定義や性質が必要となります。それを明記しているので，内容どうしのつながりを意識しながら学ぶことができます。…②

8 | 絶対値を含む方程式・不等式

ここで学ぶこと

絶対値の定義や性質については，34，35ページで学んだ。
絶対値を含む方程式や不等式はどのようにすれば解けるだろうか。
絶対値の定義や性質をもとに調べていこう。

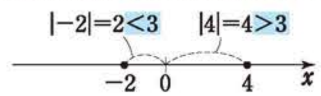
A 絶対値を含む方程式・不等式

目標 絶対値を含む方程式・不等式が解けるようになろう。 （p.54 練習 63）

34ページで学んだように，実数 x の絶対値 $|x|$ は，数直線上で実数 x に対応する点と原点の間の距離を表す。このことから，絶対値を含む方程式，不等式を解いてみよう。

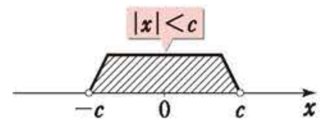
Link 考察

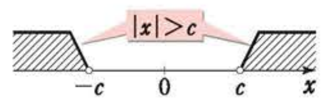
数直線上に自由に点をとり，その点と原点の間の距離と，3との大小を確かめ，$|x|=3$，$|x|<3$，$|x|>3$ の解を考えてみよう。



一般に，次のことがいえる。

c が正の定数のとき
方程式 $|x|=c$ の解は $x=\pm c$
不等式 $|x|<c$ の解は $-c<x<c$
不等式 $|x|>c$ の解は
$x<-c,\ c<x$





▶注意 「$x<-c$，$c<x$」は，$x<-c$ と $x>c$ を合わせた範囲のことである。

練習 62 次の方程式，不等式を解け。

(1) $|x|=2$　(2) $|x|<5$　(3) $|x|\geqq 4$

既に学んだ絶対値の定義を利用して，新しい内容を生徒さん自身で導出するという展開になっています。公式を暗記するだけの学習から脱却でき，内容の深い理解につながります。また，シミュレーションコンテンツを利用すると，よりスムーズな理解が可能です。…②

B 部分集合

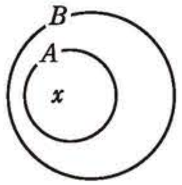
目標 部分集合の意味を理解し，記号で表せるようになろう。 (p.64 練習 4)

ここからは，2 つの集合の関係を考えよう。

2 つの集合 A，B について，Aのすべての要素がBの要素でもあるとき，すなわち

$x \in A$　ならば　$x \in B$

が成り立つとき，A を B の **部分集合** という。このとき，A は B に **含まれる**，または B は A を **含む** といい，$A \subset B$，または $B \supset A$ で表す。

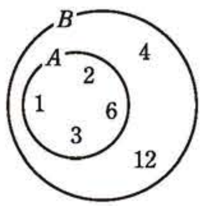


集合 A 自身も A の部分集合である。すなわち，$A \subset A$ である。

また，A と B の要素がすべて一致しているとき，A と B は **等しい** といい，$A=B$ で表す。

▶**注意** $A=B$ であることは，「$A \subset B$ かつ $A \supset B$」であることと同じである。

例 4 $A=\{1,\ 2,\ 3,\ 6\}$ と $B=\{1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 6,\ 12\}$ について，$A \subset B$ である。
また，6 の正の約数全体の集合を C とすると，$A=C$ である。 終



目標 **練習 4** 次の 2 つの集合の関係を，$\subset$，$\supset$，$=$ を使って表せ。*

(1) $A=\{1,\ 2,\ 4,\ 8\}$，$B=\{1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5,\ 6,\ 7,\ 8\}$

(2) $C=\{1,\ 2,\ 5,\ 10\}$，$D=\{x \mid x$ は 10 の正の約数$\}$

(3) $P=\{x \mid x$ は 12 以下の自然数$\}$，$Q=\{x \mid x$ は 12 の正の約数$\}$

* Expression 練習 4 で表した関係を，「部分集合」「含まれる」「含む」「等しい」などを用いて言葉で表現してみよう。

NEW!
特に数学 I において，数学用語を正しく使って表現できるか問う内容をいくつか入れました。単に用語や記号を覚えるだけではなく，主語・述語や助詞などを正しく使って表現することは，解答を書く上で必要不可欠です。 …②

要素が 1 つもない集合も考える。これを **空集合**（くうしゅうごう）といい，$\varnothing$ で表す。
空集合 $\varnothing$ は，どのような集合に対しても，その部分集合であると約束する。すなわち，どのような集合 A に対しても $\varnothing \subset A$ である。

例 5 集合 $\{a,\ b\}$ の部分集合は，次の 4 個である。
$\varnothing$，$\{a\}$，$\{b\}$，$\{a,\ b\}$ 終

空集合 $\varnothing$ および $\{a,\ b\}$ 自身も部分集合である。

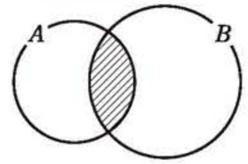
練習 5 集合 $\{1,\ 2,\ 3\}$ の部分集合をすべてあげよ。

C 共通部分と和集合

目標 2 つの集合の共通部分と和集合が求められるようになろう。
(p.66 練習 6 練習 7)

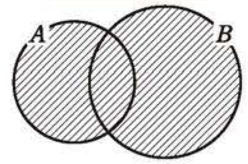
集合 A，B のどちらにも属する要素全体の集合を，A と B の **共通部分** といい，$A \cap B$ で表す。

共通部分 $A \cap B$



また，A，B の少なくとも一方に属する要素全体の集合を，A と B の **和集合** といい，$A \cup B$ で表す。

和集合 $A \cup B$



すなわち，次のように表される。

$A \cap B=\{x \mid x \in A$ かつ $x \in B\}$

$A \cup B=\{x \mid x \in A$ または $x \in B\}$

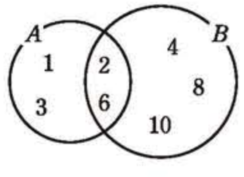
▶**注意** 「$x \in A$ または $x \in B$」は，$x \in A$ と $x \in B$ の少なくとも一方が成り立つ，すなわち x が A，B の少なくとも一方に属するという意味であり，A，B のどちらにも属する場合も含まれている。
日常生活で，たとえば「パンまたはライス」というと，パンとライスのどちらか一方のみを指すことがほとんどである。その違いに注意が必要である。

「または」という表現について，日常会話として使う場合との違いを，注意として本文で丁寧に説明しました。 …③

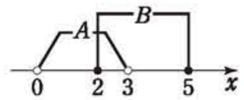
第１章で学んだ連立不等式の解について，ここで学習した集合の概念で捉えなおすことによって，知識が再構築され，２つの内容の関係が理解でき，内容を深く理解することができます。　…②

２つの集合の共通部分と和集合を具体的に考えてみよう。

例 6　(1)　$A=\{1,\ 2,\ 3,\ 6\}$,
$B=\{2,\ 4,\ 6,\ 8,\ 10\}$ について
$A\cap B=\{2,\ 6\}$
$A\cup B=\{1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 6,\ 8,\ 10\}$



(2)　$A=\{x\,|\,0<x<3,\ x$ は実数$\}$,
$B=\{x\,|\,2\leqq x\leqq 5,\ x$ は実数$\}$ について
$A\cap B=\{x\,|\,2\leqq x<3,\ x$ は実数$\}$
$A\cup B=\{x\,|\,0<x\leqq 5,\ x$ は実数$\}$　終



▶**注意**　例６(2)のように，不等式で表され，連続的な値を要素にもつ集合を考えることもある。このような集合を図に表す場合は，数直線を用いるとよい。

第１章で学んだ連立不等式について，たとえば，51 ページ例題７の
$\begin{cases} 5x+3>3x+1 \\ -x+4\geqq 2(x-1) \end{cases}$ の解は，それぞれの不等式の解 $x>-1$ および $x\leqq 2$ に共通する範囲 $-1<x\leqq 2$ である。

これは，２つの集合
$A=\{x\,|\,x>-1,\ x$ は実数$\}$,　$B=\{x\,|\,x\leqq 2,\ x$ は実数$\}$
について，集合　$A\cap B=\{x\,|\,-1<x\leqq 2,\ x$ は実数$\}$　と等しい。

目標 **練習 6**　$A=\{1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 6\}$, $B=\{2,\ 4,\ 6,\ 8\}$, $C=\{1,\ 3\}$ について，次の集合を求めよ*。
(1)　$A\cap B$　(2)　$A\cup B$　(3)　$B\cap C$　(4)　$B\cup C$

目標 **練習 7**　$A=\{x\,|\,x\leqq 2,\ x$ は実数$\}$, $B=\{x\,|\,0<x<4,\ x$ は実数$\}$ について，$A\cap B$ と $A\cup B$ を求めよ。

*「集合を求める」とは，例６のように，要素を書き並べる方法や要素の満たす条件を書く方法などで，集合を具体的に表すことである。

NEW!
「集合」は理解していても「集合を求めよ」と問われると，何をすればよいか戸惑う生徒さんがいるのではないでしょうか。このような数学独特な表現も簡単に補足し，生徒さん自身で読み進めることを助けます。　…②

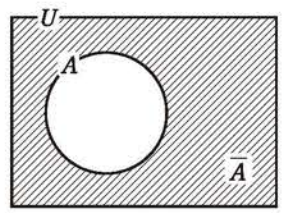
NEW!
小項目の初めに目標を設定しています。　…②

D　補集合

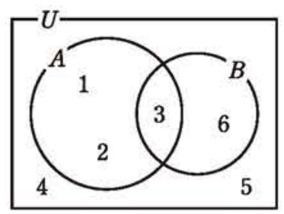
目標　補集合の意味とド・モルガンの法則を理解しよう。　(p.68 練習 9)

集合を考えるとき，１つの集合 U を最初に決めて，U の要素のみを集合の要素として考えることが多い。つまり，集合として U の部分集合のみを考える。このような U を **全体集合** という。

全体集合 U の部分集合 A に対して，U の要素で，A には属さない要素全体の集合を，U に関する A の **補集合** といい，$\overline{A}$ で表す。すなわち，次のように表される。
$\overline{A}=\{x\,|\,x\in U$ かつ $x\notin A\}$



例 7　$U=\{1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5,\ 6\}$ を全体集合とする。U の部分集合
$A=\{1,\ 2,\ 3\}$, $B=\{3,\ 6\}$
について　$\overline{A}=\{4,\ 5,\ 6\}$
また，$A\cup B=\{1,\ 2,\ 3,\ 6\}$ であるから　$\overline{A\cup B}=\{4,\ 5\}$　終



練習 8　例７の集合 U と A, B について，次の集合を求めよ。
(1)　$\overline{B}$　(2)　$\overline{A\cap B}$　(3)　$\overline{A}\cap\overline{B}$
(4)　$\overline{A}\cup\overline{B}$　(5)　$\overline{A}\cap B$　(6)　$A\cap\overline{B}$

補集合の定義から，次のことが成り立つ。

補集合の性質
U を全体集合とし，A, B をその部分集合とするとき
$A\cap\overline{A}=\varnothing$,　$A\cup\overline{A}=U$,　$\overline{\overline{A}}=A$
$A\subset B$ ならば $\overline{A}\supset\overline{B}$

▶**注意**　$\overline{\overline{A}}$ は $\overline{A}$ の補集合を表す。

問題

1 a，b は定数とする。2次関数 $f(x)=ax^2-bx-a+b$ において，次の値を求めよ。 ➔ p.87

(1) $f(1)$　(2) $f(-2)$　(3) $f(b+1)$

2 関数 $y=ax+b$ $(-1\leqq x\leqq 5)$ の値域が $1\leqq y\leqq 13$ となるような，定数 a，b の値を求めよ。ただし，$a<0$ とする。 ➔ p.89，90

3 放物線 $y=-2x^2$ を，頂点が次の点となるように平行移動する。このとき，移動後の放物線の方程式を求めよ。 ➔ p.95

(1) 点 $(1,\ -3)$　(2) 点 $(-2,\ 5)$

4 次の2次関数のグラフをかけ。また，その軸と頂点を求めよ。

(1) $y=\dfrac{1}{3}x^2-4$　(2) $y=\dfrac{1}{2}x^2+x+\dfrac{1}{2}$

(3) $y=-3x^2+3x+\dfrac{1}{4}$　(4) $y=(2x-1)(x+3)$ ➔ p.96，97

5 放物線 $y=2x^2-4x-1$ について，次の問いに答えよ。 ➔ p.99

(1) この放物線の頂点をAとするとき，Aの座標を求めよ。

(2) この放物線を，x 軸方向に2，y 軸方向に -1 だけ平行移動したとき，移動後の放物線の方程式を求めよ。

---

6 放物線 $y=x^2-4x+3$ を F とする。次の問いに答えよ。

(1) 放物線 G_1 を x 軸方向に -1，y 軸方向に2だけ平行移動すると，放物線 F に重なった。放物線 G_1 の方程式を求めよ。

研究 (2) 放物線 G_2 を x 軸方向に3，y 軸方向に -1 だけ平行移動し，さらに，y 軸に関して対称移動すると，放物線 F に重なった。放物線 G_2 の方程式を求めよ。

NEW!

移動を逆から考えるとスムーズに解ける問題です。このように少し思考力を要する問題を節末で扱いました。また，「研究」（教科書101ページ）の内容を利用する問題には，アイコンをつけ，研究を学習したかどうかで取捨選択しやすくしています。…①

NEW!

前節で学んだ2次関数のグラフのかき方を利用することで，2次関数の最大・最小を考えることができます。初めにそれを提示することで，前節とのつながりが理解でき，全体像を俯瞰しながら学んでいくことができます。…②

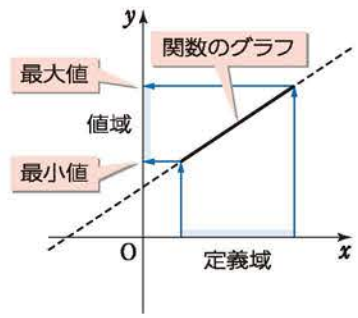
第2節 2次関数の値の変化

Link MAP 3 | 2次関数の最大・最小

ここで学ぶこと

第1節では，2次関数のグラフのかき方について学んだ。関数のグラフを利用すると，関数の値の変化の様子を知ることができる。ここではとくに，関数の最大値，最小値に注目し，その求め方について学んでいこう。

89，90ページで学んだように，関数の最大値，最小値は，そのグラフにおいて，y 座標が最大，最小になる点を調べることで求められる。したがって，2次関数の最大値，最小値を求めたいとき，2次関数のグラフをかくことで求めることができる。



第1節の内容を思い出しながら学んでいこう。

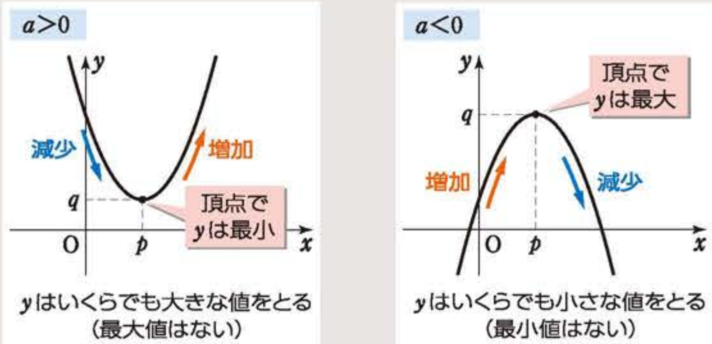
A 2次関数の最大・最小

目標 2次関数の最大値，最小値が求められるようになろう。(p.106 練習 17)

2次関数 $y=ax^2$ のグラフおよび値の変化については，92ページで学んだ。

2次関数 $y=a(x-p)^2+q$ についても，グラフおよび値の変化は，a の値が正か負かによって，次ページのような2つの場合がある。

２次関数 $y=a(x-p)^2+q$ のグラフと値の変化



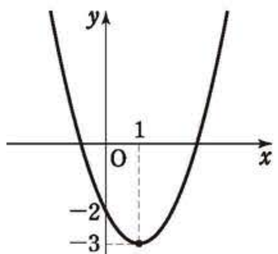
関数の最大値，最小値は，関数の値域，すなわちグラフ上の点の y 座標がとる値の最大値，最小値である。よって，次のことがいえる。

２次関数 $y=a(x-p)^2+q$ の最大・最小

$a>0$ のとき，$x=p$ で最小値 q をとる。最大値はない。
$a<0$ のとき，$x=p$ で最大値 q をとる。最小値はない。

例 7　**２次関数 $y=(x-1)^2-3$ の最大値，最小値**

$y=(x-1)^2-3$ のグラフは右の図のようになる。よって，y は
　$x=1$ で最小値 -3 をとる。
　最大値はない。　終



練習 13　次の２次関数に最大値，最小値があれば，それを求めよ。
(1)　$y=2(x-3)^2+4$　　(2)　$y=-2(x+1)^2-3$

深める　**練習 14**　$x=4$ で最大値をとる２次関数を１つ求めよ。*

＊「２次関数を求める」とは，２次関数を表す式を求めることである。

NEW!
従来はあまり問われることがなかった，答えが複数あるような問題です。生徒さんどうしで答えを検討しあって，それらに共通なことを見つけるなど，簡単な対話的な授業の題材にも最適です。本文の中に組み込み，普段の授業の流れの中で扱えます。…③

例題で扱うパターンが多すぎると，重要な内容が薄れてしまうと考え，$a>0$ のときのみを例題としました。前ページまでの内容を理解していれば $a<0$ の場合は生徒さん自身で取り組むことが可能と考え，練習 15 で扱っています。状況によって練習 15 を例題のように扱うこともできます。…③

２次関数 $y=ax^2+bx+c$ の最大値，最小値を求めよう。この場合も前ページと同じように，そのグラフをかいてグラフ上の点の y 座標を調べることで，求めることができる。

例題 3　次の２次関数に最大値，最小値があれば，それを求めよ。

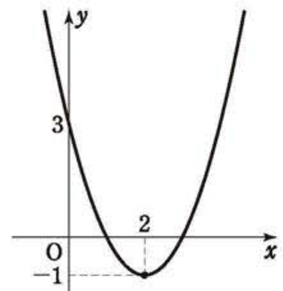
$$y=x^2-4x+3$$

解答　関数の式を変形すると

$$y=(x-2)^2-1$$

放物線は下に凸で，頂点は点$(2,\ -1)$

よって，y は
　$x=2$ で最小値 -1 をとる。
　最大値はない。



【?】　$y=x^2-4x+3$ を $y=(x-2)^2-1$ の形に変形したのは何のためだろうか。

練習 15　次の２次関数に最大値，最小値があれば，それを求めよ。

$$y=-2x^2-4x$$

練習 16　次の２次関数に最大値，最小値があれば，それを求めよ。
(1)　$y=x^2+6x+5$　　(2)　$y=-2x^2+5x-2$

NEW!
例題の後に，例題の解答を振り返る問い掛けを入れています。
自分の言葉で説明することで，単なる暗記にとどまらず，本質を深く理解することが可能です。「解けるのに理解していない」という状態にせず，別の問題にも例題の考え方を応用できるようになります。…②

「定義域の違い」という，前ページの例題との相違点を明確にした上で，それでも変わらない「グラフをかく」という方針を提示することで，関数の最大・最小の本質が明確になります。 …②

前ページ例題 3 では，関数の定義域が実数全体であった。

関数の定義域に制限のある場合も，グラフをかくことで最大値，最小値を求めることができる。

例題 4

次の関数の最大値，最小値を求めよ。

(1) $y=x^2-4x+1$ $(0 \leqq x \leqq 3)$

(2) $y=-2x^2+4x+5$ $(-1 \leqq x \leqq 0)$

解答

(1) $y=x^2-4x+1$ を変形すると

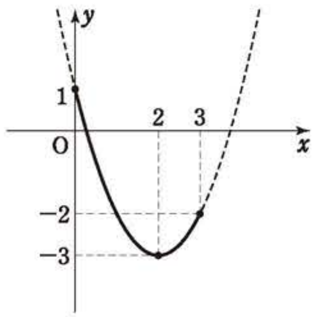
$y=(x-2)^2-3$

$0 \leqq x \leqq 3$ でのグラフは，右の図の実線部分である。

よって，y は

$x=0$ で最大値 1 をとり，

$x=2$ で最小値 -3 をとる。



(2) $y=-2x^2+4x+5$ を変形すると

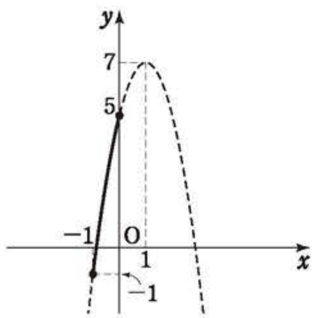
$y=-2(x-1)^2+7$

$-1 \leqq x \leqq 0$ でのグラフは，右の図の実線部分である。

よって，y は

$x=0$ で最大値 5 をとり，

$x=-1$ で最小値 -1 をとる。



? 放物線の頂点の位置で関数が最大値，最小値をとるのは，放物線の軸と定義域の位置関係がどのようになっているときだろうか。

目標 **練習 17** 次の関数の最大値，最小値を求めよ。

(1) $y=x^2+2x+3$ $(-2 \leqq x \leqq 2)$　(2) $y=-x^2+4x-3$ $(0 \leqq x \leqq 3)$

(3) $y=3x^2+6x-1$ $(1 \leqq x \leqq 3)$　(4) $y=-2x^2+12x$ $(0 \leqq x \leqq 6)$

深める **練習 18** 例題 4 (2) の関数 $y=-2x^2+4x+5$ について，$x=1$ で最大値をとり，定義域の右端で最小値をとるように，定義域を 1 つ定めよ。

NEW!

角度を変えた問いを考えることで，本質を理解できます。

授業の中で利用できるよう，難しすぎない内容にしています。 …③

前ページで着目した軸と定義域の位置関係をベースにどのように考えていくか，という観点で「考え方」を示しています。

解答の概要の説明にならないよう注意しました。 …③

B 係数や定義域に文字を含む場合の最大・最小

目標 関数の最大値，最小値を求めるとき，場合分けが必要になることがある。そのようなときでも最大値，最小値が求められるようになろう。

(p.109 練習 21)

x の関数において，関数の式の係数や定数項に文字を含む場合について考えよう。

そのような関数については，x 以外の文字は数と同じように扱う。

応用例題 2

関数 $y=x^2-4x+c$ $(1 \leqq x \leqq 5)$ の最大値が 8 であるように，定数 c の値を定めよ。

考え方 x 以外の文字 c は数と同じように扱い，まずグラフをかいて最大値を求める。

頂点の座標に c が含まれるためグラフの位置は定まらないが，放物線の軸と定義域の位置関係だけは定まる。その位置関係に注意する。

解答

$y=x^2-4x+c$ を変形すると

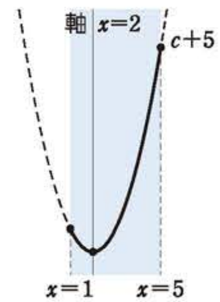
$y=(x-2)^2+c-4$

$1 \leqq x \leqq 5$ であるから，y は $x=5$ で最大値をとる。

$x=5$ のとき

$y=5^2-4 \cdot 5+c=c+5$

$c+5=8$ より　$c=3$



? 最大値をとるのが，$x=1$ のときではなく $x=5$ のときである理由を説明してみよう。

練習 19 次の条件を満たすように，定数 c の値を定めよ。

(1) 関数 $y=x^2-2x+c$ $(-2 \leqq x \leqq 2)$ の最大値が 5 である。

(2) 関数 $y=x^2+4x+c$ $(-1 \leqq x \leqq 0)$ の最小値が -1 である。

(3) 関数 $y=-x^2+6x+c$ $(1 \leqq x \leqq 4)$ の最大値が -3 である。

NEW!

自分の言葉を用いて理由を明確化させることで，「解けるかどうか」だけでなく「理解しているかどうか」に意識を向けさせます。今後扱う場合分けが必要な問題の考え方に自然につなげていくことができます。 …②

応用例題 3

a は正の定数とする。次の関数の最小値を求めよ。

$$y=x^2-4x+1 \quad (0 \leqq x \leqq a)$$

考え方 前ページ応用例題2と違い，定義域に文字 a を含んでいるが，やはり a を数と同じように扱う。
$y=x^2-4x+1$ のグラフをかいた後，定義域の右端 a がどこにあるか考える必要がある。a の位置によって放物線の軸と定義域の位置関係が変わるから，どこで最小値をとるかも変わる。
よって，その位置関係によって場合分けをする必要がある。

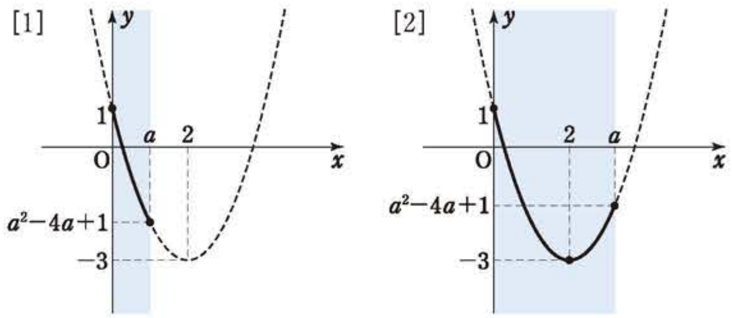
解答 関数の式を変形すると　$y=(x-2)^2-3 \quad (0 \leqq x \leqq a)$

[1]　$0<a<2$ のとき
関数のグラフは図 [1] の実線部分である。
よって，y は $x=a$ で最小値 a^2-4a+1 をとる。

[2]　$2 \leqq a$ のとき
関数のグラフは図 [2] の実線部分である。
よって，y は $x=2$ で最小値 -3 をとる。

答　$0<a<2$ のとき　$x=a$ で最小値 a^2-4a+1
$2 \leqq a$ のとき　$x=2$ で最小値 -3

Link 考察



【?】 $0<a<2$ と $2 \leqq a$ で場合分けをしたのはなぜだろうか。

練習 20　a は正の定数とする。次の関数の最大値を求めよ。

$$y=-x^2+2x+1 \quad (0 \leqq x \leqq a)$$

NEW!
シミュレーションコンテンツを用いて定義域を自分で動かすことで，場合分けをした理由をしっかり理解できます。【?】もそれに連動しており，この例題で理解すべきことが焦点化されています。教授資料でもフォローしています。（本冊子 124 ページ参照）　…②

応用例題 4

a は定数とする。次の関数の最小値を求めよ。

$$y=x^2-2ax+a^2+1 \quad (0 \leqq x \leqq 2)$$

考え方 応用例題3と違い，x の係数や定数項に文字 a を含んでいるが，a の位置によって放物線の軸と定義域の位置関係が変わることは同じである。その位置関係によって場合分けをする必要がある。

解答 関数の式を変形すると　$y=(x-a)^2+1 \quad (0 \leqq x \leqq 2)$

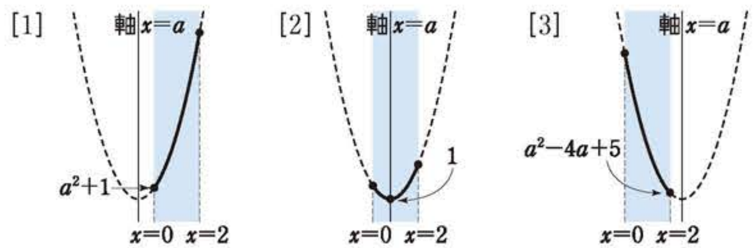
[1]　$a<0$ のとき
関数のグラフは図 [1] の実線部分である。
よって，y は $x=0$ で最小値 a^2+1 をとる。

[2]　$0 \leqq a \leqq 2$ のとき
関数のグラフは図 [2] の実線部分である。
よって，y は $x=a$ で最小値 1 をとる。

[3]　$2<a$ のとき
関数のグラフは図 [3] の実線部分である。
よって，y は $x=2$ で最小値 a^2-4a+5 をとる。

答　$a<0$ のとき　$x=0$ で最小値 a^2+1
$0 \leqq a \leqq 2$ のとき　$x=a$ で最小値 1
$2<a$ のとき　$x=2$ で最小値 a^2-4a+5

Link 考察



【?】 $a<0$，$0 \leqq a \leqq 2$，$2<a$ で場合分けをしたのはなぜだろうか。

目標 練習 21　a は定数とする。次の関数の最小値を求めよ。

$$y=2x^2-4ax+2a^2 \quad (0 \leqq x \leqq 1)$$

NEW!
同じく，シミュレーションコンテンツを利用できます。　…①

NEW!

一定のまとまりで，何を学んだのかをまとめました。
公式を暗記するためのまとめではなく，ここまで繰り返してきた「グラフをかくこと」「軸と定義域の位置関係に注目すること」をまとめることで，知識が整理できるとともに，本当に重要なことを印象付けることができます。 …②

まとめ 2次関数の最大・最小

- □ 関数の最大値，最小値は，グラフをかくことで求められる。
- □ 2次関数の最大値，最小値を求めるときは，放物線の軸と定義域の位置関係が重要となる。

軸が直線 $x=p$ であるとき

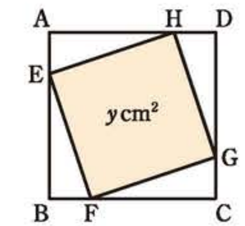
- ・p が定義域内にあるかどうか。
- ・p が定義域内にない場合は，定義域の右外にあるか左外にあるか。
- ・p が定義域内にある場合は，定義域の両端で，p から遠い方はどちらか。

C 2次関数の最大・最小の活用

目標 2次関数を活用して問題が解決できるようになろう。 (p.110 練習 23)

これまでに学習したことを活用して，図形の問題を解決してみよう。

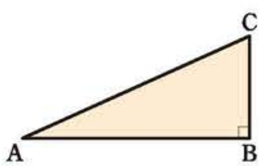
Link イメージ **練習 22** 右の図のように，1辺が10 cmの正方形ABCDに内接する正方形EFGHの面積の最小値を求めよう。ただし，正方形EFGHの頂点は，正方形ABCDの頂点に重ならないものとする。



(1) AH$=x$ (cm)，正方形EFGHの面積を y cm² として，y を x で表せ。また，x のとりうる値の範囲を求めよ。

(2) 正方形EFGHの面積の最小値を求めよ。

目標 **練習 23** 直角三角形ABCにおいて，直角をはさむ2辺AB，BCの長さの和が14 cmであるとする。このような直角三角形の面積の最大値を求めよ。



学んだ内容を活用する場面では，例題を極力省略し，自分の力で取り組む方針としました。ただし，1問目の練習22は誘導を設けて取り組みやすくしていますし，場合によっては例題のように扱うことも可能です。 …③

4 2次関数の決定

ここで学ぶこと

ここまでは，2次関数の式が具体的にわかっている場合に，そのグラフや軸，頂点などについて考えてきた。
ここでは逆に，グラフの軸や頂点の条件から2次関数の式を求める方法を学ぶ。もちろん，これまで学んだ軸や頂点を求める方法が基本となる。

A 放物線の頂点や軸から関数を決定

目標 グラフの軸や頂点がわかっている2次関数が求められるようになろう。 (p.111 練習 24)

例題 5 頂点が点 $(2,\ 5)$ で，点 $(-1,\ -4)$ を通る放物線をグラフにもつ2次関数を求めよ。

解答 頂点が点 $(2,\ 5)$ であるから，この2次関数は

$$y=a(x-2)^2+5$$

の形に表される。グラフが点 $(-1,\ -4)$ を通るから

$$-4=a(-1-2)^2+5 \qquad よって \quad a=-1$$

したがって　$y=-(x-2)^2+5$

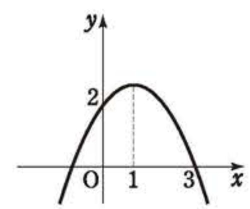
〈?〉 求める2次関数を $y=a(x-2)^2+5$ の形に表したが，$y=ax^2+bx+c$ の形に表さなかったのはなぜだろうか。

目標 **練習 24** 次の条件を満たす放物線をグラフにもつ2次関数を求めよ。

(1) 頂点が点 $(-2,\ 4)$ で，点 $(-4,\ 2)$ を通る。

(2) 軸が直線 $x=2$ で，2点 $(-1,\ 5)$，$(1,\ -11)$ を通る。

深める **練習 25** 右の図のような放物線をグラフにもつ2次関数を求めよ。



NEW!

図から情報を読み取る問題も掲載しました。 …②

7 | 2次不等式

ここで学ぶこと

ここまで，2次方程式を，2次関数のグラフと x 軸の位置関係と関連づけて考えてきた。
ここからは，不等式について考えていこう。
不等式については，1次不等式を第1章で学んでいる。まずは，中学校で学んだ1次関数のグラフと1次不等式の解の関係を考え，2次関数でも同じように考えていく。

A 1次不等式と1次関数のグラフ

目標 1次不等式の解と1次関数のグラフの関係を理解しよう。
(p.127 練習 39)

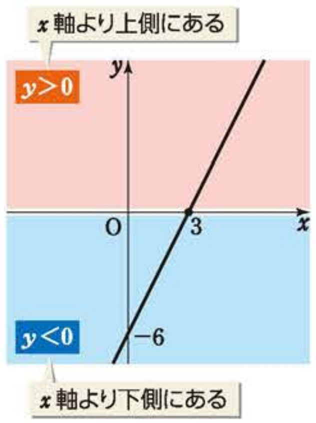
第1章で1次不等式の解き方について学んだ。ここでは，1次不等式の解を，改めて1次関数のグラフを用いて考えてみよう。

例 16　1次不等式 $2x-6<0$ の解と1次関数のグラフ

1次不等式 $2x-6<0$ の解は

$$x<3$$

である。
一方，1次関数 $y=2x-6$ のグラフは右のような直線であり，x 軸との共有点の x 座標は3である。
よって，1次不等式 $2x-6<0$ の解は，1次関数 $y=2x-6$ のグラフが x 軸より下側にある，すなわち $y<0$ となるような x の値の範囲である。 終



▶補足 1次関数 $y=2x-6$ のグラフと x 軸の共有点の x 座標は，1次方程式 $2x-6=0$ を解いて，$x=3$ と求められる。

まず1次不等式をグラフを用いて捉えなおすことで，2次不等式への準備としました。 …①

1次不等式や2次不等式に限らない不等式の解の一般論を先に取り上げ，2次不等式もこの大原則のもとに理解を進めていくという方針です。このようにすることで，様々なタイプの2次不等式を統一的に捉えることができ，解法の暗記からの脱却につながります。 …③

例16のグラフから，1次不等式 $2x-6>0$ の解は，$y=2x-6$ について $y>0$ となるような x の値の範囲，すなわち $x>3$ である。

x	$x<3$	3	$x>3$
$y=2x-6$	$-$	0	$+$

一般に，次のことが成り立つ。

不等式 $f(x)>0$ の解は，関数 $y=f(x)$ について $y>0$ となる x の値の範囲である。すなわち，$y=f(x)$ のグラフが x 軸よりも上側にあるような x の値の範囲である。

不等式 $f(x)\geqq 0$ の解は，関数 $y=f(x)$ について $y\geqq 0$ となる x の値の範囲である。すなわち，$y=f(x)$ のグラフが x 軸上か x 軸よりも上側にあるような x の値の範囲である。

▶補足 不等式 $f(x)<0$，$f(x)\leqq 0$ についても同様である。

目標 練習 39 1次関数のグラフを利用して，次の1次不等式を解け。
(1) $2x+6<0$　　(2) $-3x+6\geqq 0$

B 2次不等式と2次関数のグラフ

目標 2次不等式が解けるようになろう。 (p.131 練習 46)

不等式のすべての項を左辺に移項して整理したとき，

$$ax^2+bx+c>0,\quad ax^2+bx+c\leqq 0$$

などのように，左辺が x の2次式になる不等式を，x の **2次不等式** という。ただし，a，b，c は定数で，$a\neq 0$ とする。

2次不等式は，2次関数のグラフを利用して解くことができるが，そのためには2次関数のグラフと x 軸の位置関係が重要となる。
120，121ページで学んだように，2次関数のグラフと x 軸の位置関係は，共有点の個数が　2個，1個，0個　の3つの場合がある。
それぞれの場合について，2次関数のグラフを利用して2次不等式を解いてみよう。

① 2次関数のグラフが x 軸と異なる2点を共有する場合

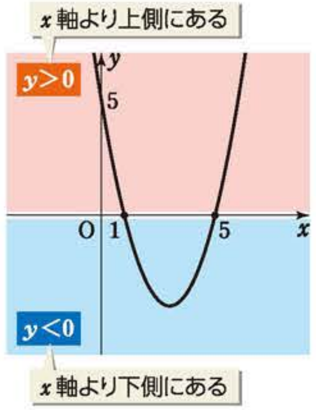
例 17 **2次関数 $y=x^2-6x+5$ の値の符号**

$x^2-6x+5=0$ を解くと

$x=1,\ 5$

よって，2次関数 $y=x^2-6x+5$ のグラフは，右の図のように x 軸と異なる2点を共有し，共有点の x 座標は1，5である。

右の図から，$y=x^2-6x+5$ の値の符号について，次の表が得られる。



x	$x<1$	1	$1<x<5$	5	$5<x$
$y=x^2-6x+5$	$+$	0	$-$	0	$+$

終

例17から，次のことがいえる。

Link イメージ

2次不等式 $x^2-6x+5>0$ の解は，$y=x^2-6x+5$ について $y>0$ となるような x の値の範囲であるから，　$x<1,\ 5<x$　である。

2次不等式 $x^2-6x+5<0$ の解は，$y=x^2-6x+5$ について $y<0$ となるような x の値の範囲であるから，　$1<x<5$　である。

$a>0$ のとき，2次関数 $y=ax^2+bx+c$ のグラフが右の図のように x 軸と異なる2点を共有するとする。

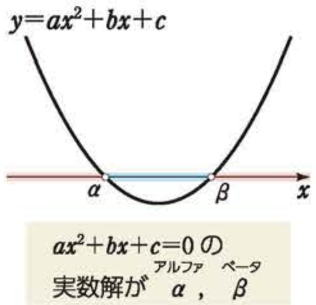
このとき，次のことがいえる。

2次不等式 $ax^2+bx+c>0$ の解は

$x<\alpha,\ \beta<x$

2次不等式 $ax^2+bx+c<0$ の解は

$\alpha<x<\beta$



▶補足　2次不等式 $ax^2+bx+c\geqq 0$ の解は $x\leqq\alpha,\ \beta\leqq x$ であり，2次不等式 $ax^2+bx+c\leqq 0$ の解は $\alpha\leqq x\leqq\beta$ である。

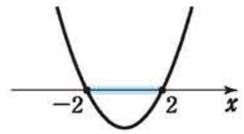
本冊子35ページの一般論からここまでで，2次関数のグラフが x 軸と異なる2点を共有する場合の2次不等式については「本質」の説明が完了しています。不等号の向きや2次方程式の解の求め方の違いで生じるいくつかのパターンについてすべて例題にしてしまうと，それらのパターンをバラバラに習得するように感じられるため，例示は必要最小限にし，種々のパターンには，身に付けた「本質」を頼りに生徒さんが取り組むという構成です。 …③

例 18 2次不等式 $(x+2)(x-2)\leqq 0$ を解く。

$(x+2)(x-2)=0$ を解くと　$x=-2,\ 2$

よって，この2次不等式の解は

$-2\leqq x\leqq 2$



終

第3章 2次関数

練習 40 次の2次不等式を解け。

(1) $(x-1)(x-3)<0$　　(2) $x(x+1)\geqq 0$

(3) $x^2-x-2>0$　　(4) $x^2\leqq 9$

練習 41 次の2次不等式を解け。

(1) $2x^2+5x+3<0$　　(2) $x^2-2x-2>0$

(3) $x^2+2x-1\leqq 0$　　(4) $x^2\geqq 5$

x^2 の係数が負の2次不等式は，両辺に -1 を掛けて x^2 の係数を正にすると解きやすくなる。

例題 8 次の2次不等式を解け。

$$-x^2+4x+1\leqq 0$$

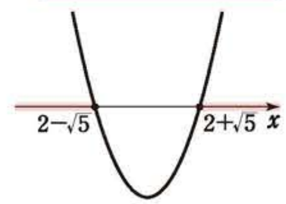
解答 両辺に -1 を掛けると　$x^2-4x-1\geqq 0$ ← 不等号の向きが変わる

$x^2-4x-1=0$ を解くと

$x=2\pm\sqrt{5}$

よって，この2次不等式の解は

$x\leqq 2-\sqrt{5},\ 2+\sqrt{5}\leqq x$



? 両辺に -1 を掛けずに $y=-x^2+4x+1$ のグラフを利用して解くと，どのようになるだろうか。

練習 42 次の2次不等式を解け。

(1) $-2x^2+x+1<0$　　(2) $-3x^2+5x-1\geqq 0$

グラフと x 軸の交点が 1 つの場合も「2 次方程式を解く」という方針で一貫しています。 …③

2 次関数のグラフが x 軸と異なる 2 点を共有する場合以外のときにも，2 次関数のグラフを利用して 2 次不等式を解いてみよう。

120，121 ページで学んだように，2 次関数 $y=ax^2+bx+c$ のグラフと x 軸がどのような位置関係になるかは，2 次方程式 $ax^2+bx+c=0$ の解を考えることでわかる。

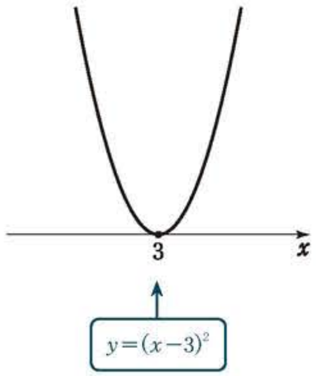
② 2 次関数のグラフが x 軸と 1 点だけを共有する場合

例 19　2 次関数 $y=x^2-6x+9$ の値の符号

$x^2-6x+9=0$ を解くと

$x=3$

よって，2 次関数 $y=x^2-6x+9$ のグラフは，右の図のように x 軸と点 (3，0) で接する。



右の図から，$y=x^2-6x+9$ の値の符号について，次の表が得られる。

x	$x<3$	3	$3<x$
$y=x^2-6x+9$	+	0	+

終

例 19 から，2 次不等式の解について，次のことがわかる。

Link イメージ

2 次不等式	解
$x^2-6x+9>0$	3 以外のすべての実数*
$x^2-6x+9\geqq 0$	すべての実数
$x^2-6x+9<0$	解はない
$x^2-6x+9\leqq 0$	$x=3$

練習 43　次の 2 次不等式を解け。

(1)　$x^2-10x+25>0$　　(2)　$x^2-10x+25<0$

(3)　$4x^2+4x+1\leqq 0$　　(4)　$4x^2+4x+1\geqq 0$

*「3 以外のすべての実数」は，「$x\neq 3$」や「$x<3$，$3<x$」と表すこともできる。

「グラフと x 軸との位置関係を調べる」「グラフをかくときは 2 次方程式の解を利用する」という一貫した方針が理解できていれば，グラフと x 軸の共有点がない問題に初めて取り組むのだとしても，生徒さん自身で取り組むことが可能なはずです。前ページで与えていた表を自分で完成させる構成にし，全パターンを覚えるという発想にならないようにしました。 …③

③ 2 次関数のグラフが x 軸と共有点をもたない場合

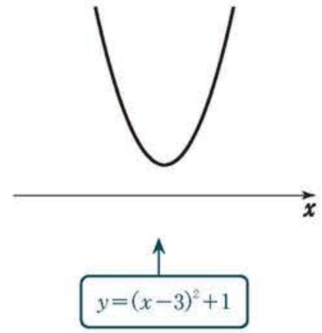
例 20　2 次関数 $y=x^2-6x+10$ の値の符号

2 次方程式 $x^2-6x+10=0$ は，判別式 D について

$D=(-6)^2-4\cdot 1\cdot 10=-4<0$

であるから，実数解をもたない。

よって，2 次関数 $y=x^2-6x+10$ のグラフは，右の図のように x 軸と共有点をもたない。



右の図から，$y=x^2-6x+10$ の値は，常に正である。

終

第 3 章　2 次関数

Link イメージ

練習 44　例 20 の内容を参考にして，2 次不等式の解について，右の表を完成させよ。

2 次不等式	解
$x^2-6x+10>0$	
$x^2-6x+10\geqq 0$	
$x^2-6x+10<0$	
$x^2-6x+10\leqq 0$	

練習 45　次の 2 次不等式を解け。

(1)　$3x^2+4x+2\geqq 0$　　(2)　$3x^2+4x+2<0$

まとめ　2 次不等式

□ **2 次不等式は 2 次関数のグラフと x 軸の位置関係を利用して解く。**

・グラフをかくときは，2 次方程式を利用し，x 軸との共有点に注意してかく。

目標 **練習 46**　次の 2 次不等式を解け。

(1)　$x^2-3x+5>0$　　(2)　$-6x^2-19x-15<0$

(3)　$3x^2-2\sqrt{3}x+1\leqq 0$　　(4)　$x^2+4\leqq 0$

(5)　$-x^2-8x-16>0$　　(6)　$x^2-3x+2\geqq 2x^2-x$

NEW!

上記の一貫した方針(＝本質)を改めてまとめています。

個々のパターンをバラバラに理解したり身に付けたりするのではなく，身に付けた本質を個々のパターンに応用できるようになります。 …③

NEW!

少しだけ変更したグラフを利用することで，3つの条件をさらに詳しく検証し，理解を深めます。そうすることで，その後の練習52にもしっかり取り組むことができます。…②

2次関数のグラフと x 軸の共有点の位置について考えよう。

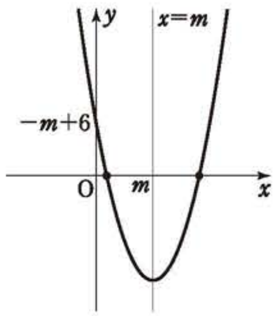
応用例題 7

2次関数 $y=x^2-2mx-m+6$ のグラフと x 軸の正の部分が，異なる2点で交わるとき，定数 m の値の範囲を求めよ。

考え方 条件を満たすような2次関数のグラフをいくつかかき，軸の位置や，グラフと y 軸の交点の y 座標などがどのようになっていればよいか考える。

解答 関数の式を変形すると

$$y=(x-m)^2-m^2-m+6$$



グラフは下に凸の放物線で，その軸は直線 $x=m$ である。

グラフと x 軸の正の部分が，異なる2点で交わるのは，次の[1]，[2]，[3]が同時に成り立つときである。

[1] グラフと x 軸が異なる2点で交わる。

[2] グラフの軸が y 軸の右側にある。

[3] グラフと y 軸の交点の y 座標が正である。

[1]より，2次方程式 $x^2-2mx-m+6=0$ の判別式を D とすると，$D>0$ である。

$$D=(-2m)^2-4\cdot1\cdot(-m+6)=4(m^2+m-6)$$

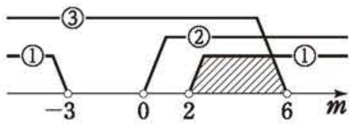
よって　$m^2+m-6>0$　すなわち　$(m+3)(m-2)>0$

これを解くと　$m<-3,\ 2<m$ ……①

[2]から　$m>0$ ……②

[3]から　$-m+6>0$

よって　$m<6$ ……③



①，②，③の共通範囲を求めて　$2<m<6$

【?】 3つの条件のうち[1]，[2]，[3]のそれぞれがない場合，グラフと x 軸の共有点の位置についてどのような場合が考えられるだろうか。

NEW!

【?】で3つの条件を1つずつ検証することで，条件とグラフの関係を正確に理解することができます。…③

深める 練習 51 「2次関数 $y=-(x^2-2mx-m+6)$ のグラフと x 軸の正の部分が，異なる2点で交わるとき，定数 m の値の範囲を求めよ。」という問題の場合，応用例題7の解答の[1]，[2]，[3]について，下線部を変更する必要があるものはどれか。また，どのように変更すればよいか。

[1] グラフと x 軸が<u>異なる2点で交わる</u>。

[2] グラフの軸が y 軸の<u>右側</u>にある。

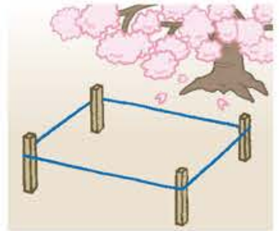
[3] グラフと y 軸の交点の y 座標が<u>正</u>である。

目標 練習 52 2次関数 $y=x^2+2mx+m+6$ のグラフと x 軸の負の部分が，異なる2点で交わるとき，定数 m の値の範囲を求めよ。

第3章 2次関数

2次不等式を活用して，身近な問題を解決してみよう。

練習 53 長さが16 m のロープを張って，長方形状の囲いを作り，お花見の場所取りをする。囲いの中の面積を $12\ \mathrm{m}^2$ 以上にするには，縦の長さがどのような範囲にあればよいか考えよう。ただし，結び目などは考えないものとし，長方形の長くない方の辺を縦であると決める。

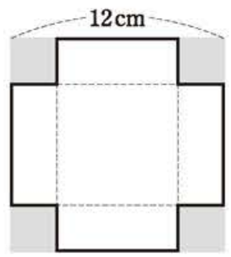


(1) 囲いの縦の長さを x m として，長方形ができるような x の値の範囲を求めよ。

(2) 囲いの中の面積が $12\ \mathrm{m}^2$ 以上であることから，x の不等式を作れ。

(3) 縦の長さがどのような範囲にあればよいか求めよ。

練習 54 1辺が12 cm の正方形の厚紙がある。この厚紙の四隅から合同な正方形を切り取り，ふたのない箱を作る。底面の正方形の1辺が6 cm 以上で，側面の4個の長方形の面積の和を $40\ \mathrm{cm}^2$ 以上にするとき，切り取る正方形の1辺の長さをどのような範囲にとればよいか。



大学入試を見据え，少し程度の高い重要な問題は，章末問題として扱っています。 …①

章末問題A

1 放物線 $y=-2x^2+3x+1$ を平行移動したものが，2点 $(-2,\ 0)$，$(1,\ 12)$ を通るとき，その放物線の方程式を求めよ。

2 次の2つの放物線の頂点が一致するとき，定数 a，b の値を求めよ。

$$y=2x^2+4x,\quad y=x^2+ax+b$$

3 x の2次関数 $y=x^2-mx+m$ の最小値を k とする。

(1) k を m の式で表せ。

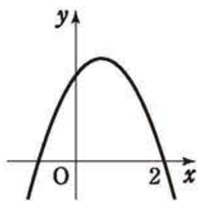
(2) k の値を最大にする m の値と，k の最大値を求めよ。

4 2次関数 $y=ax^2+bx+c$ のグラフが右の図のようになるとき，次の値の符号を求めよ。

(1) a　(2) c　(3) $-\dfrac{b}{2a}$　(4) b

(5) b^2-4ac　(6) $a+b+c$

(7) $\dfrac{-b+\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$



5 2次不等式 $ax^2+bx+4>0$ の解が $-1<x<2$ となるように，定数 a，b の値を定めよ。

6 2つの2次方程式 $x^2+(a+1)x+a^2=0$，$x^2+2ax+2a=0$ について，次の条件を満たすような定数 a の値の範囲を定めよ。

(1) 2つの2次方程式がともに実数解をもつ。

(2) 2つの2次方程式の少なくとも一方が実数解をもつ。

7 $a<0$ とする。2次関数 $y=ax^2-4x+a+5$ について，y の値が正であるような実数 x が存在するように，定数 a の値の範囲を定めよ。

章末問題B

8 放物線 $y=2x^2-4x+5$ の頂点をPとする。次の問いに答えよ。

(1) x 軸に関して点Pと対称な点Qの座標を求めよ。

(2) この放物線と x 軸に関して対称な放物線の方程式を求めよ。

9 a は定数とする。関数 $y=x^2-4x$ $(a\leqq x\leqq a+2)$ について，次の問いに答えよ。

(1) 最小値を求めよ。　(2) 最大値を求めよ。

10 a を0でない定数とする。2次不等式 $x^2-ax-2a^2<0$ を解け。

11 2次関数 $y=x^2-2x+m(1-m)$ について，$0\leqq x\leqq 3$ の範囲で y の値が常に負となるように，定数 m の値の範囲を定めよ。

12 2次関数 $y=x^2-2mx+m-\dfrac{1}{2}$ のグラフは，定数 m の値に関係なく常に x 軸と共有点をもつことを示せ。

13 2次方程式 $x^2-2mx+m+12=0$ が，次のような実数解をもつように，定数 m の値の範囲を定めよ。

(1) 異なる2つの正の解　(2) 異なる2つの負の解

(3) 正の解と負の解

14 2次関数 $y=x^2-2ax+2a+3$ のグラフと x 軸の $-2<x<2$ の部分が，異なる2点で交わるとき，定数 a の値の範囲を求めよ。

本冊子 40，41 ページでしっかり理解を深めているため，関連する程度の高い問題にも十分取り組める力がついているはずです。 …①

四分位数，四分位範囲等は，今回の指導要領では中学２年の内容ですが，丁寧に扱っています。自分でデータを分析するとき（本冊子 47，48 ページ参照）に，その定義や特徴などを確認することができます。また，分散などと比較することも可能です。 …①

B 四分位数

目標 データの散らばりの度合いを，四分位範囲を用いて判断できるようになろう。 (p.199 練習 9)

前ページで考えた範囲は，データの最大値，最小値だけで決まる。そのため，データの中に他と極端に離れた値があると，それによって範囲は大きく変わってしまう。

そこで，データの中央値の近くの値を取り出して，散らばりの度合いを数値で表す方法を考えよう。

データを値の大きさの順に並べたとき，４等分する位置にくる値を **四分位数** という。四分位数は，小さい方から順に **第１四分位数**，**第２四分位数**，**第３四分位数** といい，順に Q_1，Q_2，Q_3 で表す。

四分位数は，具体的には次のように定める。

第２四分位数 Q_2 は中央値である。

データを値の小さい順に左から並べ，個数が同じになるように半分に分ける。ただし，データの大きさが奇数のとき，中央の位置にくる値を除いて２つに分ける。

左半分のデータを下位のデータ，右半分のデータを上位のデータとよぶことにすると，第１四分位数 Q_1 は下位のデータの中央値であり，第３四分位数 Q_3 は上位のデータの中央値である。

データの大きさが奇数

データの大きさが偶数

▶**注意** 四分位数は，いくつかの定め方がある。以下，本書では上の方法で定めるものとする。

例 5 **データの四分位数**

次のデータは，10 人の生徒に 100 点満点のテストを行った結果を，値の小さい順に並べたものである。

21，30，36，38，41，45，52，58，60，72 （点）

第２四分位数 Q_2 は $\dfrac{41+45}{2}=43$ （点） ← データの中央値

データ 21，30，36，38，41 の中央値は 36 ← 下位の中央値

データ 45，52，58，60，72 の中央値は 58 ← 上位の中央値

よって 第１四分位数 Q_1 は 36 （点）

第３四分位数 Q_3 は 58 （点） 終

データの第３四分位数 Q_3 から第１四分位数 Q_1 を引いた差

$$Q_3-Q_1$$

を **四分位範囲** という。

四分位範囲は，データを値の大きさの順に並べたときの，中央に並ぶ約 50 %のデータの散らばりの度合いを表している。よって，四分位範囲は，データの中に他と極端に離れた値がある場合でも，その影響を受けにくいといえる。

データの値が中央値の周りに集中しているほど，四分位範囲は小さくなる傾向にある。すなわち，データの四分位範囲が大きいほど，散らばりの度合いが大きいと考えられる。

▶**補足** 四分位範囲を２で割った値を **四分位偏差**（へんさ） という。

例 6 上の例５のデータの四分位範囲を求める。

四分位範囲は 58−36=22 （点） 終

目標 練習 9 次のデータ A，B のそれぞれについて，四分位範囲を求めよ。また，データの散らばりの度合いが大きいのは A，B のどちらと考えられるか。得られた四分位範囲によって比較せよ。

A 21，29，32，36，38，40，49，53，55，68，80

B 25，31，39，42，45，46，50，53，54，65，80

第5章 データの分析

「データの分析」には，新課程で新たに「分割表」の内容が加わりました。
単に表にまとめるという作業にとどまらず，表にまとめることで何が読み取れるようになるのか，という観点で内容を展開しています。 …①

D 2つの質的データの関係

目標 質的データどうしの関係を，分割表から読み取れるようになろう。
(p.216 練習 16)

ここでは，質的データをとる2つの変量の間の関係を調べよう。

合否が判定されるある試験において，100人の受験者全員を対象に，2つの教材A，Bを使用して学習したかどうか調べた。その結果，教材A，Bいずれについても，使用した者のうち69%が合格していることがわかった。この結果から，A，Bどちらも同じ程度合否に影響を及ぼしているといってよいだろうか。

それぞれの教材の使用の有無と合否について，その人数をまとめると右の表1のようになった。表1から，教材Aの使用の有無と合否についての表2を作ることができる。表1，表2のような表を**分割表**という。または，**クロス集計表**ともいう。

表1

		合	否	計
A：有	B：有	6	1	7
	B：無	3	3	6
A：無	B：有	29	15	44
	B：無	13	30	43
計		51	49	100

表2

	合	否	計
A：有	9	4	13
A：無	42	45	87
計	51	49	100

表3

	合	否	計
A：有	69 %	31 %	100 %
A：無	48 %	52 %	100 %

表2から，使用した者，していない者について合格者，不合格者の割合を計算すると，表3のようになる。

表3から，確かに使用した者のうち69%が合格していることがわかるが，表2から，使用した者が13人しかいないこともわかる。

目標 練習 16 表1から，教材Bの使用の有無と合否について，表2，表3と同様の表を作れ。また，作った表と表2，表3を比較して，教材A，Bのどちらが合否に影響を大きく及ぼしていると予想できるか答えよ。

NEW!

個々の統計量を求める計算をするだけでは，統計のよさは理解しにくいと思われます。統計を問題解決や判断に利用するためには，学んだ統計量のどれをどのように利用するかが重要です。
「通学手段を判断する」という大きな問題を設定し，これまでに学んだ統計量を用いて自分なりの判断をする項目を設定しました。 …②

6 | データの分析を活用した問題解決

ここで学ぶこと

ここまで，データの代表値や散らばり，2つの変量の間の関係などについて，それらを表す数値や図などを学んできた。
ここでは，それらを活用して実際の問題を解決する方法を考えていこう。
現実の問題を解決するには，ここまで学んだ数値や図などのうち，どれを利用すればよいか判断する必要がある。

A データの分析を活用した問題解決

目標 データを分析することで問題が解決できるようになろう。
(p.218 練習 17)

ここまでに学んだ様々な数値や図などを用いて，次の問題を解決することを考えよう。

Link 考察

ある高校に通うAさんは，普段の通学手段をバスにするか自転車にするか迷っている。データを集めて分析することで，どちらの通学手段にするか判断してみよう。

Aさんは，それぞれの通学手段によって通学時間がどのようになるか，データを集めることにした。

バス，自転車それぞれで10日ずつ通学してみてかかった時間を調べたところ，次のようになった。

バス　22，20，18，26，53，23，20，27，19，29 (分)
自転車　30，31，28，35，31，29，29，30，33，32 (分)

このデータについて，バス，自転車それぞれのデータの平均値は，右の表のようになり，バスの方が約5分早いことがわかった。

バス	25.7分
自転車	30.8分

NEW!

最終的には自分で分析する量を考え，その分析のもと判断する，という内容です。主体的に学ぶ姿勢が養われます。
また，決まった正解があるわけではないので，生徒さんどうしの対話的な学びに発展させることができます。 …②

「通学にかかる時間は，バスの方が平均で約5分早い」というだけで，Aさんがバスか自転車のどちらで通学するかを判断することに問題はないだろうか。

それぞれの通学手段について，他にも特徴がないか調べるため，データをさらに分析してみよう。

目標 深める

練習 17 前ページの，それぞれの通学手段による通学時間のデータ

バス　22，20，18，26，53，23，20，27，19，29　(分)

自転車　30，31，28，35，31，29，29，30，33，32　(分)

について，次の問いに答えよ。

(1) 平均値を単純に比べる以外の方法でデータを分析し，それぞれの通学手段についてわかることを述べよ。

(2) (1)でわかったことをもとに通学時間のみから判断すると，Aさんはバスか自転車のどちらで通学したらよいか。自分の考えを述べよ。

研究 統計的探究プロセス

実社会では，様々な社会的問題に応じて，統計的手法を用いた問題解決が行われている。そのときには，

「問題 → 計画 → データ → 分析 → 結論」

の5段階からなる **統計的探究プロセス** を意識することが大事である。

問題 …解決すべき事柄を把握し，統計で扱える問題を設定する。

計画 …設定した問題に対して，集めるべきデータと集め方を考える。

データ…計画にしたがってデータを集め，表などに整理する。

分析 …目的やデータの種類に応じてグラフにまとめたり，データに関する数値を求めたりして，特徴や傾向を把握する。

結論 …見いだした特徴や傾向から結論をまとめて表現したり，さらなる課題や改善点を見いだしたりする。

統計を用いた問題解決の手順について詳しく記述しました。 …①

217，218ページの通学手段の例では，「通学手段をバスにするか自転車にするか判断する」という問題に対し，10日ずつの通学時間を調べる，という計画を立て，217ページにあるようなデータを得た。それを，平均値を使った方法などで分析し，結論を得ようとしたことになる。

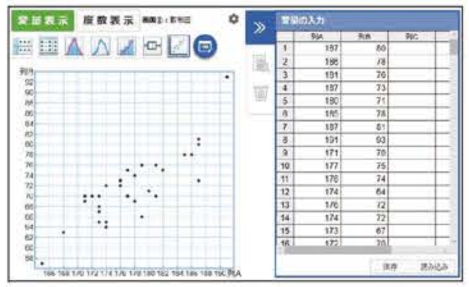
しかし，平均値での分析だけでは不十分であるかもしれず，他の分析方法を練習17で考えた。分析は，結論が得られるまで様々な方法を試さなければならないこともある。

また，バスによる通学時間は，交通事情やバスの運行本数などにも影響を受ける。このことについて，通学の時間帯の交通量のデータを新たに集めて，そのデータと合わせて再度分析することも考えられる。

このように，一度結論が得られても，さらなる課題を見いだしてもう一度問題の設定から始めるなど，

「問題 → 計画 → データ → 分析 → 結論」

のプロセスを繰り返すことで，より精度の高い分析を行うことができ，最適な結論に近づくことが可能になる。



また，実社会でのデータは，一般に非常に大量であり，手計算では処理しきれないことがほとんどである。そのような大量のデータを扱う際には，コンピュータなどの情報機器を用いて，グラフをかいたり，様々な計算を行ったりするとよい。

新課程で新たに加わった「仮説検定の考え方」の内容です。
ボールペンの品質に関するアンケートという具体的な設定で展開しているので，理解しやすくなっています。 …①

7 | 仮説検定の考え方

ここで学ぶこと

データには，ばらつきが付き物である。ばらつきのあるデータの全体的な傾向を把握し，分析するための方法をこれまで学んできた。
たとえば，全校生徒のうち 10 人にアンケートを行って 6 人が賛成したという結果が得られたとしよう。データがばらつくことを考えれば，もう一度他の 10 人に同じアンケートを行ったら反対の方が多いという結果になるかもしれず，賛同が得られたと簡単に判断するのは危険である。一方，100 人にアンケートを行って 98 人が賛成したという結果が得られた場合は，賛同が得られたと判断してもよさそうである。
このような問題について，感覚的に判断するのではなく，数学で適切に判断する方法を学んでいこう。

A 仮説検定の考え方

目標 仮説検定の考え方を用いて，適切な判断ができるようになろう。
（p.222 練習 18）

ボールペンを製造している会社が，既に販売しているボールペンAを改良して，新製品Bを開発した。BがAよりも書きやすいと消費者に評価されるかを調査したいと考えたが，すべての消費者を調査するのは不可能である。そこで，無作為に選んだ 30 人にこれらのボールペンを使ってもらい，A，Bのどちらが書きやすいと感じるかを回答してもらった。回答の結果を集計したところ，70 %にあたる 21 人がBと回答した。

この結果から，「Bの方が書きやすいと評価される」とも考えられるが，A，Bの書きやすさに差はなく，30 人中 21 人がBと回答することが偶然起こった可能性もある。このような場合において，

[1] Bの方が書きやすいと評価される

と判断できるかどうかは，どのように考えればよいだろうか。

NEW!

実際に判断をするために必要となる確率は，硬貨を投げるなどの実験を用いて考えます。確率をある程度正確な値に近づけるには，硬貨を投げる回数が十分多くなければいけません。実際に実験しなくてもよいように，実験結果を教科書で与えました。また，実際に実験をしたい場合は，シミュレーションコンテンツをご用意していますので，それを利用することもできます。 …①

[1] Bの方が書きやすいと評価される

と判断できるか考えるために，[1] の主張に反する次の仮説を立てよう。

[2] A，Bのどちらの回答も全くの偶然で起こる

つまり，A，Bのどちらの回答の起こる確率も $\frac{1}{2}$ すなわち 0.5 である，という仮説を立てる。この仮説 [2] が正しいと仮定して，30 人中 21 人以上がBと回答する確率がどれくらいかを考える。

ふつう，この確率は計算で求める*が，ここでは次のように，表と裏どちらが出る確率も 0.5 である，すなわち公正な 1 枚のコインを投げるという実験を通して，確率を考えてみよう。

コインの表が出る場合を，Bと回答する場合とする。

そして，コイン投げを 30 回行うことを 1 セットとし，1 セットで表の出た回数を記録していく。この実験を 200 セット繰り返したところ，次の表のような結果となった。

表の回数	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	計
度数	2	3	3	12	16	22	22	31	31	22	14	12	6	2	1	1	200

Link 考察 ▶補足 コンピュータを使ったシミュレーションを行ってもよい。

上の表から，21 回以上表が出たのは，200 セットのうち $2+1+1=4$ セットであり，相対度数は $\frac{4}{200}=0.02$ である。

よって，A，Bどちらの回答も偶然で起こるとした [2] の仮説のもとでは，21 人以上がBと回答する確率は 0.02 程度であると考えられる。

これは見方を変えると，0.02 程度という確率の小さいことが起こったのだから，そもそも [2] の仮説が正しくなかったと考えられる。そう考えると，[1] の主張は正しい，つまりBの方が書きやすいと評価されると判断してよさそうである。

＊ 223 ページでは，実際に確率を計算している。

仮説検定で仮説が否定(棄却)できない場合，仮説が正しいと判断できるわけではありません。実際に仮説検定を行う場合，その判断に注意が必要なところですので，丁寧に記述しました。 …①

前ページのような，得られたデータをもとに，ある主張が正しいかどうかを仮説を立てて判断する手法を **仮説検定** という。

また，前ページでは 0.02 を確率が小さいとしたが，仮説検定では，基準となる確率をあらかじめ決めておき，それより小さければ確率が小さいと判断する。この基準は，0.05 や 0.01 とすることが多い。

例 11 220 ページの調査で，30 人中 19 人がBと回答したとする。主張 [1] が正しいと判断できるか，基準となる確率を 0.05 として考察してみよう。

前ページのコイン投げの実験結果を利用すると，19 回以上表が出る場合の相対度数は $\dfrac{12+6+2+1+1}{200}=\dfrac{22}{200}=0.11$

これは 0.05 より大きいから，前ページの仮説 [2] は否定できない。すなわち，Bの方が書きやすいと評価されるとは判断できない。 終

▶**注意** 例 11 の結果から，「仮説 [2] が正しい」と判断できるわけではないことに注意が必要である。すなわち，「AとBの回答が全くの偶然で起こる」と判断できるのではなく，「今回の回答の結果からは，Bの方が書きやすいと評価される，と判断できるだけの根拠が得られなかった」ということにすぎない。

目標 **練習 18** ある地域の水道局が，水道水の品質改善に取り組んでいる。無作為に選んだ地域の住民 20 人に以前に比べて水道水がおいしくなったと感じるか回答してもらったところ，15 人が以前よりおいしくなったと回答した。このデータから，水道水がおいしくなったと住民から評価されていると判断してよいか。仮説検定の考え方を用い，基準となる確率を 0.05 として考察せよ。ただし，公正なコインを 20 回投げて表の出た回数を記録する実験を 200 セット行ったところ，次の表のようになったとし，この結果を用いよ。

Link 考察

表の回数	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	計
度数	1	7	23	20	30	35	35	18	20	7	3	0	1	200

仮説検定は，数学 B でも扱われる内容です。実験だけではなく，実際に確率を求める方法も紹介し，数学 B へスムーズにつながるようにしました (本冊子 95～100 ページ参照)。
また，数学 A を数学 I と並行して履修する場合，反復試行の確率は既に学んでいることが想定され，科目を超えて内容を理解することができる「発展」となっています。 …①

発展 仮説検定と反復試行の確率

220，221 ページのボールペンの書きやすさの調査に関する仮説検定において，「A，Bのどちらの回答も全くの偶然で起こる」という仮説のもとで，30 人中 21 人以上がBと回答する確率を，コイン投げの実験を通して考えた。この確率は，数学Aで学習する次の「反復試行の確率」を用いると計算することができる。

同じ条件のもとで繰り返すことができ，その結果が偶然によって決まる実験や観測を試行といい，その結果として起こる事柄を事象という。

> 1 回の試行である事象の起こる確率を p とする。この試行を n 回行う反復試行で，その事象がちょうど r 回起こる確率は
> $${}_nC_r\,p^r(1-p)^{n-r}$$

▶**補足** ${}_nC_r$ は，異なる n 個のものから r 個を取り出して作る組合せの総数を表す。

A，Bどちらの回答の起こる確率も $\dfrac{1}{2}$ であるという仮説が正しいとする。このとき，21 人以上がBと回答する確率は

$${}_{30}C_{21}\left(\frac{1}{2}\right)^{21}\left(\frac{1}{2}\right)^{30-21}+{}_{30}C_{22}\left(\frac{1}{2}\right)^{22}\left(\frac{1}{2}\right)^{30-22}+\cdots\cdots$$
$$+{}_{30}C_{29}\left(\frac{1}{2}\right)^{29}\left(\frac{1}{2}\right)^{30-29}+\left(\frac{1}{2}\right)^{30}$$

となる。これをコンピュータで計算すると，$\dfrac{22964087}{1073741824}=0.0213\cdots$

となり，確率は約 0.021 であるとわかる。221 ページのコイン投げの実験で求めた相対度数 0.02 は，この確率と近い値である。

練習 1 1 枚のコインを 6 回投げたところ，表が 5 回出た。このコインは表が出やすいと判断してよいか。仮説検定の考え方を用い，基準となる確率を 0.05 として考察せよ。

NEW!

誤りを指摘する問題を扱いました。
批判的な思考力を自然に養うことができます。…②

B　和の法則

目標　和の法則を用いて場合の数が求められるようになろう。（p.21 練習 9）

ここまでで学習した樹形図をもとに，場合の数を求めるための法則を導き出してみよう。

18 ページの道順の例について，道順を

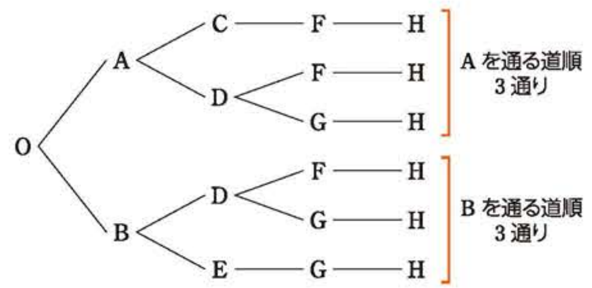
[1]　OからAに行く場合　　[2]　OからBに行く場合

の 2 つの場合に分けることができる。

[1]，[2] の場合に重複はなく，次の関係が成り立っている。

道順の総数　Aを通る道順　Bを通る道順

6 通り　＝　3 通り　＋　3 通り



一般に，次の **和の法則** が成り立つ。

和の法則

2 つの事柄AとBは同時には起こらないとする。
Aの起こり方が a 通りあり，Bの起こり方が b 通りあれば，
AまたはBの起こる場合は，$a+b$ 通りある。

和の法則は，3 つ以上の事柄についても，同じように成り立つ。

少し複雑な場合の数を，いくつかの場合に分けて求めてみよう。このとき，和の法則を用いて求めることになる。

学んだ和の法則をどのようなときに用いるのかを明記していますので，全体像を把握しながら学ぶことができます。…②

例 4　1 個のさいころを 2 回投げるとき，目の和が 5 の倍数になる場合は何通りあるか求める。

目の和が 5 の倍数になるのは，5 または 10 になる場合である。

目の和が 5 になるのは，

(1，4)，(2，3)，(3，2)，(4，1) の 4 通り。←（1 回目，2 回目）のように，出る目を示している。

目の和が 10 になるのは，

(4，6)，(5，5)，(6，4)　の 3 通り。

和の法則により　4+3=7　すなわち　7 通り　終

目標 **練習 9**　1 個のさいころを 2 回投げるとき，目の和が次のようになる場合は何通りあるか。

(1)　7 または 8　　(2)　6 の倍数　　(3)　4 の倍数

深める **練習 10**　練習 9 で，目の和が 6 の倍数または 4 の倍数である場合が何通りあるか求めたい。このとき，次の方法が誤りである理由を説明せよ。

(2) で求めた 6 の倍数になる場合の数と (3) で求めた 4 の倍数になる場合の数について，和の法則を適用する。

C　積の法則

目標　積の法則を用いて場合の数が求められるようになろう。（p.23 練習 13）

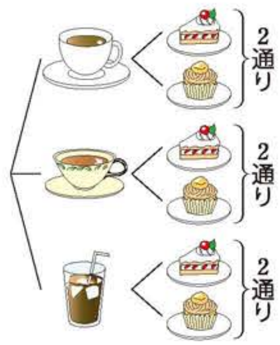
3 種類の飲み物と 2 種類のケーキからそれぞれ 1 種類ずつ選ぶとき，そのセットの種類の数を求めよう。

飲み物の選び方は 3 通りあり，どの場合に対しても，ケーキの選び方は 2 通りずつある。

よって，樹形図は右の図のような規則的なものになり，セットの種類の数は

$3\times2=6$　すなわち　6 通り

と求めることができる。



一般に，異なるn個のものの円順列の総数については，次のことがいえる。

円順列の総数

異なるn個のものの円順列の総数は　$\dfrac{{}_n\mathrm{P}_n}{n}=(n-1)!$

例 8　7人が輪の形に並ぶとき，並び方の総数を求める。

$(7-1)!=6!=6\cdot5\cdot4\cdot3\cdot2\cdot1=720$（通り）　終

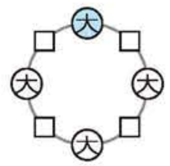
練習 21　色の異なる6個の玉を円形に並べて置くとき，並べ方の総数を求めよ。

条件のある場合の円順列の総数を求めてみよう。

応用例題 4　大人4人と子ども4人が輪の形に並ぶとき，大人と子どもが交互に並ぶような並び方は何通りあるか。

考え方　大人と子どもを別々に並べる。まず大人を円形に並べ，大人の間に子どもを並べる。

解答　大人4人の円順列の総数は，$(4-1)!$通りある。
そのどの場合に対しても，子ども4人が大人の間に1人ずつ並ぶ方法は，$4!$通りある。
よって，並び方の総数は，積の法則により



$(4-1)!\times4!=3\cdot2\cdot1\times4\cdot3\cdot2\cdot1=144$　　答　144通り

【?】子どもも円形に並ぶが，円順列として考えないのはなぜだろうか。

練習 22　大人5人と子ども5人が輪の形に並ぶとき，大人と子どもが交互に並ぶような並び方は何通りあるか。

目標 **練習 23**　A，B，C，D，E，Fの6人が，円形の6人席のテーブルに着席するとき，AとBが隣り合うような並び方は何通りあるか。

NEW!
円順列かどうかの判断は，見た目の並び方が円形かどうかではありません。
解答を読むだけでは見落としがちな部分を【?】で問い掛けていますので，これに答えることで円順列の理解が深まり，より難しい順列の問題に自然につながっていきます。　…②

これまで学んできた順列とここで学ぶ重複順列では何が異なるのかを冒頭に明記しました。違いを認識してから読み進めることが，内容の正確な理解につながります。　…②

D 重複順列

目標　同じものを繰り返し使ってもよい場合の順列の総数が求められるようになろう。（p.31 練習 26）

ここまでは，異なるものだけを並べる順列を考えてきた。ここでは，同じものを繰り返し使ってもよい場合の順列を考えてみよう。

練習 24　記号○と×を，重複を許して*5個並べる。この順列の総数を，積の法則を用いて求めよ。

一般に，異なるn種類のものから重複を許してr個取って並べる順列を，n個からr個取る **重複順列** という。重複順列では，$r\leqq n$とは限らず，$r>n$であってもよい。上の練習24は，2個から5個取る重複順列である。

練習24から，一般に，重複順列の総数について次のことがいえる。

重複順列の総数

n個からr個取る重複順列の総数は　n^r

練習 25　3個の文字a，b，cを，重複を許して次の個数だけ1列に並べるとき，何通りの文字列が作れるか。

(1)　2個　　　(2)　4個

目標 **練習 26**　3人の生徒が，赤，青，黄，緑の4色の中から好きな色をそれぞれ1色ずつ選ぶ。選び方は何通りあるか。

*「重複を許す」とは，同じものを繰り返して使ってもよいということである。

NEW!
「重複を許す」は数学用語ではないものの，数学独特の表現であり，意味を正確に理解していないと今後問題を解いていくのに支障が出てしまいます。しっかり注意が払えるよう，脚注で意味を補いました。　…③

D 同じものを含む順列

目標 同じものを含む順列の総数が求められるようになろう。 (p.40 練習 35)

異なる n 個のものすべてを並べる順列の総数は $n!$ である。ここでは，n 個の中に同じものを含む場合，それらを並べる順列の総数を考える。

a が 4 個，b が 3 個，c が 2 個の全部を 1 列に並べる順列の総数を，2 通りの方法で考えよう。

方法 1

① 9 個の場所から a を置く 4 個を選ぶ。選び方は ${}_9C_4$ 通り

② 残り 5 個の場所から b を置く 3 個を選ぶ。選び方は ${}_5C_3$ 通り

a		a		a			a	

空いている場所□に b を入れる

③ a，b の置き方が決まれば，残り 2 個の c の置き方は 1 通りに決まる。したがって，順列の総数は，積の法則により

$${}_9C_4\times{}_5C_3=126\times10=1260$$

方法 2

① 文字に番号を付けて a_1，a_2，a_3，a_4，b_1，b_2，b_3，c_1，c_2 とし，すべて区別する。これらの文字をすべて並べる方法は　9! 通り

② ①のうち，4 つの a の区別をなくすと同じになる順列が 4! 通りずつある。

$a_1\ b_1\ a_2\ c_1\ a_3\ b_2\ b_3\ a_4\ c_2$

$a_3\ b_1\ a_1\ c_1\ a_4\ b_2\ b_3\ a_2\ c_2$

a の区別をなくす

$\rightarrow$ $a\ b_1\ a\ c_1\ a\ b_2\ b_3\ a\ c_2$

同様に，3 つの b の区別をなくすと同じになる順列が 3! 通りずつ，2 つの c の区別をなくすと同じになる順列が 2! 通りずつある。したがって，順列の総数は　$9!\times\dfrac{1}{4!}\times\dfrac{1}{3!}\times\dfrac{1}{2!}=1260$

同じものを含む順列の公式を，2 通りの方法で導出しています。円順列の公式についても同様です（教科書 29 ページ参照）。 …③

一般に，a が p 個，b が q 個，c が r 個の合計 n 個全部を 1 列に並べる順列の総数を考えよう。

前ページの方法 1 の考え方では，33 ページで学んだ ${}_nC_r=\dfrac{n!}{r!(n-r)!}$ を使って次のように求められる。

$${}_nC_p\times{}_{n-p}C_q=\frac{n!}{p!(n-p)!}\times\frac{(n-p)!}{q!(n-p-q)!}$$
$$=\frac{n!}{p!q!r!}$$

$p+q+r=n$ から
$n-p-q=r$

また，方法 2 の考え方では，次のように求められる。

$$n!\times\frac{1}{p!}\times\frac{1}{q!}\times\frac{1}{r!}=\frac{n!}{p!q!r!}$$

同じものを含む順列の総数

a が p 個，b が q 個，c が r 個あるとき，それら全部を 1 列に並べる順列の総数は

$$\frac{n!}{p!q!r!}\qquad ただし\quad p+q+r=n$$

例 11 7 個の数字 1，1，1，2，2，3，3 の全部を使って，7 桁の整数を作るとき，何個の整数が作れるか求める。

同じ数字が 3 個，2 個，2 個あり，これらを 1 列に並べるから

$$\frac{7!}{3!\,2!\,2!}=\frac{7\cdot6\cdot5\cdot4\cdot3\cdot2\cdot1}{3\cdot2\cdot1\times2\cdot1\times2\cdot1}=210\ (個)$$ 終

▶補足　前ページの方法 1 の考え方では，${}_7C_3\times{}_4C_2=35\times6=210$（個）と求められる。

練習 34 BANANA の 6 文字をすべて使って文字列を作るとき，何通りの文字列が作れるか。

前ページのどちらで導出していてもよいように，別の方法で導出した場合の計算例も補足しました。
ただ公式に当てはめるだけでなく，問題を解く段階でも公式が導かれた過程に注目してほしいと考えています。 …③

新課程で新たに導入された「数学と人間の活動」です。 …①

第３章
数学と人間の活動
Mathematics and human activity

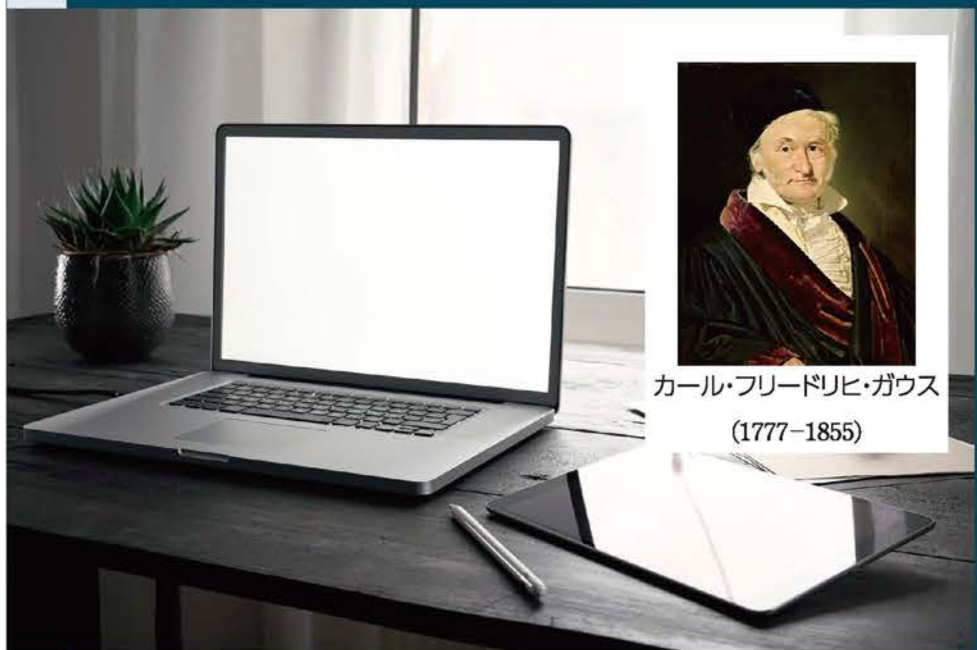
Link イメージ

コンピュータが発達した近年，生活の中で必要に迫られて，自分の手で計算する機会は少なくなった。そんな今，数学を学ぶ意味は何なのだろう。

数学者といえば，計算が得意で，複雑な計算でも直ちに行うことができる，というイメージをもつ人も多いかもしれない。しかし，実は計算が得意ではないという数学者は多い。

つまり，数学を学ぶのは，計算をするためだけではないということである。コンピュータが発達した今だからこそ，本質を見抜く力，論理的に考える力，そして何よりそれらを人間の活動に活かすことができる力が重要なのである。

計算を娯楽と感じていた，といわれるほど計算が得意だった大数学者ガウスも，計算のための助手を勧められたとき「単なる機械的な計算能力を有する者から有効な助力を得ることはない」と断ったといわれている。



カール・フリードリヒ・ガウス
(1777−1855)

整数の内容をメインとし，座標の考え方やゲーム・パズルの内容を，生活や数学史と関連付けて構成しています。
整数の内容は１項目４ページを基本とし，１回の授業の区切りの中で扱いやすくしています。 …①

約数と倍数
素数と素因数分解
最大公約数・最小公倍数
整数の割り算
ユークリッドの互除法
１次不定方程式
記数法
座標の考え方
ゲーム・パズルの中の数学

\ Check! ☑ /
目標

□ p.138 練習 1	□ p.140 練習 4	□ p.142 練習 7	□ p.143 練習 9
□ p.145 練習 11	□ p.147 練習 14	□ p.149 練習 16	□ p.151 練習 18
□ p.153 練習 20	□ p.155 練習 23	□ p.157 練習 27	□ p.160 練習 31
□ p.162 練習 32	□ p.162 練習 33	□ p.165 練習 38	□ p.166 練習 39
□ p.167 練習 40	□ p.169 練習 43	□ p.171 練習 45	□ p.176 練習 48
□ p.180 練習 54	□ p.181 練習 55		

バーコードという身近な題材で導入しながらも，しっかりした数学の題材として整数を扱えるよう，基本となる約数，倍数の定義をまず述べています。特に，約数や倍数を負の数まで考えるのは高校で初出であるため，丁寧に取り上げています。 …①

Link MAP 1 約数と倍数

ここで学ぶこと

自然数 1，2，3，……に，0 と負の整数 -1，-2，-3，……を合わせて整数という。整数は日常生活のいたるところで目にすることができ，整数の性質が利用されているものもある。たとえば，身近にある商品を見てみると，13 桁(けた)の数字がついたバーコードがある。バーコードにはこの数字の情報が入っているのだが，この数字には読み取りのミスを判定するしくみも備わっており，このしくみに整数の性質が利用されている。

ここでは，整数の約数と倍数について基本的なことを確認し，自然数の倍数の判定法について学ぼう。

A 約数と倍数

目標 整数の約数と倍数が求められるようになろう。 (p.138 練習 1)

約数や倍数について考えるため，基本的なことを確認しておこう。

2 つの整数 a，b について，**ある整数 k を用いて，$a=bk$ と表される** とき，b は a の **約数** であるといい，a は b の **倍数** であるという。

$a=bk$ のとき $a=(-b)(-k)$ であるから，b が a の約数ならば $-b$ も a の約数である。

例 1 (1) 10 の約数は，次の 8 個の整数である。

$$1,\ 2,\ 5,\ 10,\ -1,\ -2,\ -5,\ -10$$

(2) 2 の倍数は，次のような整数であり，無数にある。

$$\cdots\cdots,\ -6,\ -4,\ -2,\ 0,\ 2,\ 4,\ 6,\ \cdots\cdots$$ 終

2 の倍数を **偶数**，2 の倍数でない整数を **奇数** という。

目標 **練習 1** (1) 18 の約数をすべて求めよ。

(2) 6 の正の倍数を小さいものから 5 個求めよ。

B 倍数の判定法

目標 自然数の倍数について判定できるようになろう。 (p.140 練習 4)

10，20，100，1230 などのように，10 の倍数は一の位が 0 であり，一の位が 0 であるかどうかで，自然数が 10 の倍数であるか判定できる。

2，4，5，8，10 の倍数について，次のような判定法がある。

倍数の判定法 (1)

2 の倍数	……	下 1 桁が 2 の倍数
4 の倍数	……	下 2 桁が 4 の倍数
5 の倍数	……	一の位が 0 か 5
8 の倍数	……	下 3 桁が 8 の倍数
10 の倍数	……	一の位が 0

上の方法で判定できる理由を考えよう。ここでは，4 桁の自然数で考える。4 桁の自然数 N は，千の位を a，百の位を b，十の位を c，一の位を d とすると，$N=1000a+100b+10c+d$ で表される。

■ 2 の倍数，5 の倍数，10 の倍数の判定法

N の式を変形すると $\quad N=10(100a+10b+c)+d$

$10=2\cdot5$ より，$10(100a+10b+c)$ は 2 の倍数であるから，N が 2 の倍数になるのは d すなわち下 1 桁が 2 の倍数のときである。

5 の倍数，10 の倍数の判定法も同様にして説明できる。

183 ページ参照

■ 4 の倍数の判定法

N の式を変形すると $\quad N=100(10a+b)+10c+d$

$100=4\cdot25$ より，$100(10a+b)$ は 4 の倍数であるから，N が 4 の倍数になるのは $10c+d$ すなわち下 2 桁が 4 の倍数のときである。

練習 2 8 の倍数が上の方法で判定できる理由を，4 桁の自然数 N の場合で説明せよ。

1次不定方程式は，天秤ばかりで質量を量ることから導入しています。…①

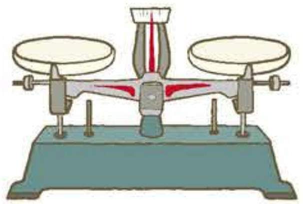
6 | 1次不定方程式

ここで学ぶこと

中学校では，方程式 $3x+4y=5$ を満たす x，y の組が無数にあることを学んだ。では，この方程式を満たす整数 x，y の組は存在するだろうか。
ここでは，x，y の1次方程式 $ax+by=c$ を満たす整数 x，y の組について考える。前の項目で学習した互除法を用いて考えていこう。

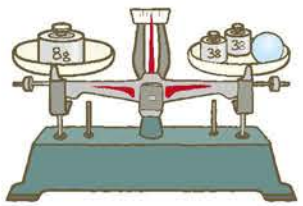
A 互除法の活用

目標 $ax+by=c$ の整数解が見つけられるようになろう。 (p.160 練習 31)



天秤(てんびん)ばかりを使うと，左右の皿に分銅と物体をつり合うようにのせることで，物体の質量を量ることができる。

ここでは，物体は右の皿にのせるとする。分銅が3gと8gの2種類しかない場合，分銅を左右の皿にのせて天秤ばかりをつり合わせることができるか考えてみよう。



物体の質量が2gの場合，左の皿に8gの分銅を1個，右の皿に3gの分銅を2個のせれば，天秤ばかりはつり合う。

Link 考察 **練習 28** 物体の質量が1gから8gの場合，分銅を左右の皿にどのようにのせれば天秤ばかりがつり合うか，次の表にまとめよ。ただし，同じ種類の分銅は左右どちらか一方の皿のみにのせるものとする。

物体の質量	1g	2g	3g	4g	5g	6g	7g	8g
3gの分銅(左)		0						
8gの分銅(左)		1						
3gの分銅(右)		2						
8gの分銅(右)		0						

天秤ばかりを用いた導入の後は，単なる読み物ではなくしっかりした数学の内容として展開しました。
特に整数の内容については，難関大の2次試験において出題されることも想定し，必要な数学の知識がしっかりと身に付けられるように構成しています。…①

M を自然数とし，物体の質量を M g とする。このとき，左の皿に3gの分銅を x 個，8gの分銅を y 個のせて天秤ばかりがつり合うとすると，$3x+8y=M$ が成り立つ。また，右の皿に分銅を1個のせることは，左の皿に分銅を (-1) 個のせることと考えられる。

練習 29 前ページ練習28でまとめた表のそれぞれの場合について，$3x+8y=M$ の形の等式で表せ。たとえば，物体の質量が2gの場合は $3\cdot(-2)+8\cdot1=2$ と表される。

ここまでで調べたことから，3gの分銅と8gの分銅を使って M g の質量が量れるかどうかは，$3x+8y=M$ を満たす整数 x，y の組が存在するかどうかで判断できることがわかる。

a，b，c は整数の定数で，$a \neq 0$，$b \neq 0$ とする。x，y の1次方程式

$$ax+by=c$$

を満たす整数 x，y の組を，この方程式の **整数解** という。また，この方程式の整数解を求めることを **1次不定方程式** を解くという。

一般に，次のことが成り立つ。

> 2つの整数 a，b が互いに素であるとき，どのような整数 c についても，$ax+by=c$ を満たす整数 x，y が存在する。

$ax+by=c$ を満たす整数 x，y を見つける方法を考えよう。

$x=p$，$y=q$ が $ax+by=1$ を満たすとき，$a(cp)+b(cq)=c$ であるから，$x=cp$，$y=cq$ は $ax+by=c$ を満たす。したがって，$ax+by=1$ を満たす整数 x，y を見つければよいことがわかる。

深める **練習 30** 2つの整数 a，b が互いに素ではないとき，どのような整数 c についても $ax+by=c$ を満たす整数 x，y が存在するといえるか答えよ。

$ax+by=1$ を満たす整数 x，y を見つける具体的な方法を調べよう。ここでは，$154x+69y=1$ を満たす整数 x，y を考える。

155 ページで学んだ互除法を用いると，左下の計算から，154 と 69 の最大公約数は 1 である。すなわち，154 と 69 は互いに素であるから，前ページで学んだことより，$154x+69y=1$ を満たす整数 x，y は存在する。

しかし，$154x+69y=1$ を満たす整数 x，y は簡単には見つけることができない。このようなとき，互除法を利用して，次のように見つけることができる。

互除法			
$154=69\cdot2+16$	移項すると	$16=154-69\cdot2$	……①
$69=16\cdot4+5$	移項すると	$5=69-16\cdot4$	……②
$16=5\cdot3+1$	移項すると	$1=16-5\cdot3$	……③
$5=1\cdot5+0$			

割り算の等式 $a=bq+r$ において
余り r を a，b の式で表す。

①，②，③ の計算で，$a=154$，$b=69$ とすると

① から　$16=a-2b$

② から　$5=b-(a-2b)\cdot4$
$=-4a+9b$

③ から　$1=(a-2b)-(-4a+9b)\cdot3$
$=13a-29b$

よって，$13a-29b=1$ であるから　$154\cdot13+69\cdot(-29)=1$

したがって，$x=13$，$y=-29$ は $154x+69y=1$ を満たす。

▶補足　$154x+69y=1$ を満たす整数 x，y の組は，他にも存在する。
たとえば，$x=-56$，$y=125$ も $154x+69y=1$ を満たす。

目標 **練習 31**　次の等式を満たす整数 x，y の組を 1 つ求めよ。

(1)　$26x+11y=1$　　(2)　$95x+28y=1$　　(3)　$30x+17y=5$

NEW!　この章でも，他の章と同じく目標をしっかり設定しています。目標の内容も，あくまで数学的な知識・技能が習得されることにこだわりました。…②

B　1 次不定方程式の整数解

目標　$ax+by=c$ の整数解をすべて求められるようになろう。
(p.162 練習 32，練習 33)

ここまで，方程式 $ax+by=c$ の整数解の 1 つを求める方法について学んだ。しかし，整数解は 1 つではなく無数にある。ここからは，方程式 $ax+by=c$ の整数解をすべて求める方法を調べよう。

まずは，方程式 $3x+4y=0$ の整数解をすべて求めることを考えてみよう。

互いに素である整数について，一般に次のことが成り立つ。

> a，b，k は整数であるとする。
> 　a，b は互いに素で，ak が b の倍数であるならば，
> 　k は b の倍数である。

これを用いると，次のようにして，方程式 $3x+4y=0$ の整数解をすべて求めることができる。

$3x+4y=0$ を変形すると　$3x=-4y$

3 と 4 は互いに素であるから，x は 4 の倍数である。

よって，整数 k を用いて $x=4k$ と表される。

$x=4k$ を $3x=-4y$ に代入すると

$3\cdot4k=-4y$　すなわち　$y=-3k$

よって，方程式 $3x+4y=0$ の整数解は，整数 k を用いて

$x=4k$，$y=-3k$

と表される。逆に，この形で表される整数 x，y の組は，すべて方程式 $3x+4y=0$ を満たす。

したがって，方程式 $3x+4y=0$ の整数解は

$x=4k$，$y=-3k$（k は整数）　である。

第3章　数学と人間の活動

方程式 $3x+4y=1$ の整数解の1つを求めると，前ページの方法を用いて，整数解をすべて求めることができる。

例題 1

次の方程式の整数解をすべて求めよ。

$$3x+4y=1$$

解答

$$3x+4y=1 \qquad \cdots\cdots ①$$

$x=-1,\ y=1$ は，① の整数解の1つである。

すなわち　$3\cdot(-1)+4\cdot1=1$　$\cdots\cdots$ ②

①−② から　$3\{x-(-1)\}+4(y-1)=0$

よって　$3(x+1)=-4(y-1)$　$\cdots\cdots$ ③

3 と 4 は互いに素であるから，③ より

$$x+1=4k\ \ (k \text{ は整数})$$

と表される。このとき　$y-1=-3k$

したがって，① のすべての整数解は

$$x=4k-1,\ y=-3k+1\ \ (k \text{ は整数})$$

【?】 方程式 ① の整数解には $x=3,\ y=-2$ もある。これを用いて ① のすべての整数解を求めてみよう。また，その解は例題1の解答で求めた整数解とどのような関係にあるだろうか。

目標 **練習 32** 次の方程式の整数解をすべて求めよ。

(1) $4x+7y=1$　　(2) $5x-7y=1$

目標 **練習 33** 次の方程式の整数解をすべて求めよ。

$$31x+22y=3$$

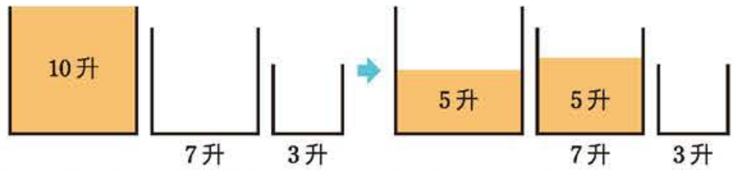
練習 34 158ページの天秤ばかりを用いて，ある物体Xの質量が10gであることを確かめたい。使える分銅が3gと8gの2種類のみであるとき，使う分銅の個数が最も少なくなるような分銅ののせ方を答えよ。ただし，天秤ばかりの右の皿に物体Xをのせるとする。

NEW! 例題も設定し，他の章の例題と同様に【？】を設置しています。…②

一通り数学の内容を習得した後は，それを活用する問題として，再度生活に関連した内容(油分け算)を取り上げました。…①

151ページで取り上げた「塵劫記」には，「百五減算」の問題以外にも，次のような問題がある。

問題 桶に油が10升*入っている。7升入る枡と3升入る枡を使って，この油を5升ずつ分ける方法を答えよ。ただし，桶や枡には目盛りがないものとする。



1次不定方程式を解くことで，油を分ける方法を考えてみよう。

油を移動するのに次の3つの操作しか行わないとする。

① 桶から7升入る枡に7升の油を入れる。

② 7升入る枡から3升入る枡に移せるだけ油を移す。

③ 3升入る枡から桶に3升の油を戻す。

操作 ① を行う回数を x，操作 ③ を行う回数を y とする。このとき，桶から枡に入る油の量の合計は $7x$ 升，枡から桶に戻る油の量の合計は $3y$ 升になる。油を5升ずつ分けるとき，桶から枡には5升の油が入ることになるから $7x-3y=5$ が成り立つ。

方程式 $7x-3y=5$ の整数解のうち，x が正で最も小さいものは

$$x=2,\ y=3 \quad \text{である。}$$

よって，操作 ① を2回，操作 ③ を3回行うことができるように，操作 ② を行えば，油を5升ずつ分けることができる。

練習 35 (1) 方程式 $7x-3y=5$ の整数解をすべて求め，この方程式の整数解のうち，x が正で最も小さいものが $x=2,\ y=3$ であることを確かめよ。

(2) 上の問題において，油を5升ずつ分ける手順を答えよ。

*「升」は体積の単位である。

第3章 数学と人間の活動

「ゲーム・パズルの中の数学」では，数学を用いて考えられるゲームをいくつか取り上げました。ゲームを楽しみながら，論理的に考える力を養えます。…①

9 | ゲーム・パズルの中の数学

ここで学ぶこと

身の回りにあるゲームの中には，戦略を論理的に考えて進めていくゲームも多い。また，パズルの中にも論理的に考えて解いていくものもある。ここでは，そのようなゲームやパズルについて調べてみよう。

A ゲームの中の数学

目標 ゲームを論理的に考えられるようになろう。 (p.176 練習 48)

ここでは，様々なゲームについて，ゲームを実際に行ってみて，どのようにすれば勝てるか，必ず勝てる方法はないかを考察していこう。状況によって，場合分けを行うなど論理的に考える必要がある。

■ 石取りゲーム

考察

次のような2人で行うゲームを考える。

- 20個ある石の山から順に石を取っていき，最後の1個を取った人の負けとする。
- 1回に取ることのできる石の数は1個以上3個以下とする。

A，Bの2人がゲームを行い，山に残った石の数が次のようになったとする。

(20個) ⟶ 18個 ⟶ 17個 ⟶ 14個 ⟶ 13個 ⟶ 10個
　　A 2個　B 1個　A 3個　B 1個　A 3個

⟶ 8個 ⟶ 6個 ⟶ 3個 ⟶ 1個 ⟶ 0個
B 2個　A 2個　B 3個　A 2個　B 1個

この場合，Bの負けとなる。

このゲームについて，先に石を取る人を「先手」，後に石を取る人を「後手」とよぶことにする。ゲームが進み，先手の番で石が残り5個になった場合を考えてみよう。

NEW!

ゲームやパズルでは，教科書を読むよりもまず，実際に遊んでみることが第一です。生徒さんどうしで対戦することもできますが，QR コンテンツを用いてコンピュータと対戦することもできます。コンピュータは常に最善手を打つため，必勝法の探索に大いに役立ちます。…①

残りの石が1個になるように石を取った人の勝ちとなるが，1回に取ることのできる石の数は3個までであるから，先手はどのように石を取っても，残りの石を1個にすることができない。

一方，後手は先手がどのように石を取っても，残りの石を1個にすることができるから，後手が必ず勝つことになる。

▶補足 以降のゲームにおいても，先手，後手を同様の意味で用いる。

次に，先手の番で石が残り9個になった場合を考えてみよう。このとき，先手がどのように石を取っても，後手は石が5個残るように取ることができるから，後手が必ず勝つことになる。

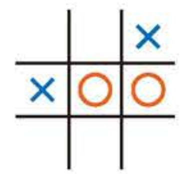
練習 46 (1) 最初に山にある石の数が20個であるとき，必ず勝つことができる方法があるのは，先手と後手のどちらか答えよ。

(2) 最初に山にある石の数を変えたとき，後手が必ず勝つことができる方法がある石の数は，どのような数か答えよ。

■ 三目並べ

考察

右の図のように，縦2本，横2本の線を引き，線で分けられた9個の場所に交互に○，×を書いていく。このとき，縦・横・斜めのいずれか1列に3つそろえた方を勝ちとするゲームについて考えよう。



先手を○，後手を×とするとき，先手が○を書く場所は，回転して同じになるような場所を除くと次の3通りである。

練習 47 このゲームは先手，後手とも最善を尽くせば必ず引き分けになることが知られている。しかし，上の左の状態から，後手が次に書く場所によっては，その後，後手がどのようにしても，先手が勝つ方法がある。それは後手が次に×をどこに書いたときか答えよ。

授業での展開を重視して本文部分には入れられなかった，整数についての程度の高い内容や定理の証明を，巻末に「補足」として扱いました。
大学入試を見据えても，整数の内容は万全と言えます。 …③

補足 等式を満たす整数 x，y の組

138 ページで学んだことから，等式 $xy=5$ を満たす整数 x，y はどちらも 5 の約数である。よって，この等式を満たす整数 x，y の組をすべて求めると，次のようになる。

$$(x,\ y)=(1,\ 5),\ (5,\ 1),\ (-1,\ -5),\ (-5,\ -1)$$

例 1 等式 $(x-2)(y+3)=5$ を満たす整数 x，y の組をすべて求める。
x，y は整数であるから，$x-2$，$y+3$ も整数である。
よって
$$(x-2,\ y+3)=(1,\ 5),\ (5,\ 1),\ (-1,\ -5),\ (-5,\ -1)$$
したがって
$$(x,\ y)=(3,\ 2),\ (7,\ -2),\ (1,\ -8),\ (-3,\ -4)$$ 終

x，y の等式が次の形に変形できるとき，例 1 のようにして，その等式を満たす整数 x，y の組がすべて求められる。

$$(x+a)(y+b)=c \qquad (a,\ b,\ c \text{ は整数})$$

例 2 等式 $xy+4x-y=6$ を満たす整数 x，y の組をすべて求める。
$$xy+4x-y=x(y+4)-(y+4)+4=(x-1)(y+4)+4$$
よって，等式は　$(x-1)(y+4)+4=6$
すなわち　$(x-1)(y+4)=2$
x，y は整数であるから，$x-1$，$y+4$ も整数である。
よって
$$(x-1,\ y+4)=(1,\ 2),\ (2,\ 1),\ (-1,\ -2),\ (-2,\ -1)$$
したがって
$$(x,\ y)=(2,\ -2),\ (3,\ -3),\ (0,\ -6),\ (-1,\ -5)$$ 終

練習 1 次の等式を満たす整数 x，y の組をすべて求めよ。
(1) $xy+4x-3y=15$　　(2) $xy-5x-y-1=0$

補足 和，差，積の余り

152 ページ例 8 で調べたように，2 つの整数 a，b を 5 で割ったときの余りがそれぞれ 2，4 であるとき，$a+b$，$a-b$，ab を 5 で割ったときの余りは，それぞれ $2+4$，$2-4$，$2\cdot4$ を 5 で割ったときの余りに等しい。

一般に，m を正の整数とし，2 つの整数 a，b を m で割ったときの余りを，それぞれ r，r' とすると，次のことが成り立つ。

1 $a+b$ を m で割った余りは $r+r'$ を m で割った余りに等しい。
2 $a-b$ を m で割った余りは $r-r'$ を m で割った余りに等しい。
3 ab を m で割った余りは rr' を m で割った余りに等しい。

【3の証明】 q，q' を整数として，$a=mq+r$，$b=mq'+r'$ とおくと
$$ab=(mq+r)(mq'+r')=m^2qq'+mqr'+rmq'+rr'$$
$$=m(mqq'+qr'+q'r)+rr'$$
よって，ab を m で割った余りは，rr' を m で割った余りに等しい。 終

1，**2** も，同様にして証明することができる。
さらに，k を正の整数とするとき，次のことが成り立つ。

4 a^k を m で割った余りは，r^k を m で割った余りに等しい。

例 1 5^{100} を 4 で割った余りを求める。
5 を 4 で割った余りは 1 である。
よって，5^{100} を 4 で割った余りは，1^{100} を 4 で割った余りに等しい。したがって，5^{100} を 4 で割った余りは 1 である。 終

練習 1 次のものを求めよ。
(1) 7^{100} を 6 で割った余り　　(2) 2^{300} を 7 で割った余り

指導要領範囲外の内容ですが，合同式についてもしっかり扱いました。 …③

発展

補足　合同式

a，b は整数，m は正の整数とする。

a を m で割ったときの余りと，b を m で割ったときの余りが等しいとき，$a-b$ は m の倍数である。このとき，a と b は m を **法** として **合同** であるという。このことを

$$a \equiv b \pmod{m}$$

と表す。このような式を **合同式** という。

▶**補足** mod は法を意味する英語 modulus を略したものである。

以下では，a，b，c，d は整数，m，k は正の整数とする。

合同式について，次のことが成り立つ。

[1]　$a \equiv a \pmod{m}$

[2]　$a \equiv b \pmod{m}$ のとき　$b \equiv a \pmod{m}$

[3]　$a \equiv b \pmod{m}$，$b \equiv c \pmod{m}$ のとき　$a \equiv c \pmod{m}$

$a \equiv c \pmod{m}$，$b \equiv d \pmod{m}$ のとき

1　$a+b \equiv c+d \pmod{m}$　　**2**　$a-b \equiv c-d \pmod{m}$

3　$ab \equiv cd \pmod{m}$　　**4**　$a^k \equiv c^k \pmod{m}$

【3 の証明】 $a \equiv c \pmod{m}$，$b \equiv d \pmod{m}$ のとき，整数 l，l' を用いて　　$a-c=ml$，$b-d=ml'$

と表される。

よって　$ab-cd=a(b-d)+d(a-c)=aml'+dml$

$=m(al'+dl)$

したがって　$ab \equiv cd \pmod{m}$　終

1，**2** も，同様にして証明することができる。

合同式を使った簡単な問題例や練習問題も扱っています。 …③

3 で $b=a$，$d=c$ とすると，

$a^2 \equiv c^2 \pmod{m}$，　$a^3 \equiv c^3 \pmod{m}$，　$a^4 \equiv c^4 \pmod{m}$，……

が成り立ち，**4** が成り立つことがわかる。

合同式を利用して，整数の割り算の余りを求めてみよう。

例 1　5^{100} を 4 で割った余りを求める。 ← 185 ページ例 1

$5 \equiv 1 \pmod{4}$ であるから

$$5^{100} \equiv 1^{100} \pmod{4}$$

$1^{100}=1$ であるから，5^{100} を 4 で割った余りは 1 である。　終

練習 1　15^{100} を 7 で割った余りを求めよ。

例 2　n を整数として，n を 5 で割った余りが 3 であるとする。

(1)　n^4 を 5 で割った余りを求める。

$n \equiv 3 \pmod{5}$ のとき　　$n^4 \equiv 81 \pmod{5}$

$81 \equiv 1 \pmod{5}$ より　　$n^4 \equiv 1 \pmod{5}$

よって，n^4 を 5 で割った余りは 1 である。

(2)　n^2+n+1 を 5 で割った余りを求める。

$n \equiv 3 \pmod{5}$ のとき

$$n^2+n+1 \equiv 3^2+3+1 \pmod{5}$$

$3^2+3+1=13$，$13 \equiv 3 \pmod{5}$ より

$$n^2+n+1 \equiv 3 \pmod{5}$$

よって，n^2+n+1 を 5 で割った余りは 3 である。　終

練習 2　n は整数とする。n を 9 で割った余りが 2 であるとき，次のものを求めよ。

(1)　n^5 を 9 で割った余り

(2)　$2n^2+n+1$ を 9 で割った余り

2 直線の交点を通る直線群は「研究」として扱いました。
本冊子 79 ページの，2 円の交点を通る図形の準備にあたる内容です。 …③

研究　2 直線の交点を通る直線

2 直線の交点を通る直線について考えてみよう。

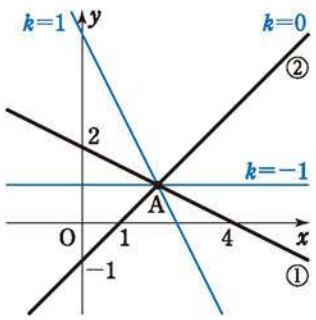
2 直線 $x+2y-4=0$ …… ①，　$x-y-1=0$ …… ② は 1 点で交わる。その交点を A とする。

Link 考察

ここで，k を定数として，方程式

$$k(x+2y-4)+(x-y-1)=0 \quad \cdots\cdots ③$$

を考える。



深める **練習 1**　方程式 ③ の表す図形は，k の値に関わらず 2 直線 ①，② の交点 A を通る。この理由を説明せよ。

また，③ を整理すると　$(k+1)x+(2k-1)y-4k-1=0$

係数 $k+1$，$2k-1$ は同時に 0 になることはないから，③ は x，y の 1 次方程式である。したがって，③ は 2 直線 ①，② の交点を通る直線を表す。ただし，直線 ① は表さない。

例 1　上の 2 直線 ①，② の交点と，点 $(0,\ 3)$ を通る直線の方程式を求めてみよう。

k を定数として　$k(x+2y-4)+(x-y-1)=0$ …… ③

とすると，③ は 2 直線の交点を通る直線を表す。

直線 ③ が点 $(0,\ 3)$ を通るから，③ に $x=0$，$y=3$ を代入して

$2k-4=0$　　よって　$k=2$

これを ③ に代入して整理すると　$x+y-3=0$　終

練習 2　例 1 を，方程式 $(x+2y-4)+k(x-y-1)=0$ を用いて解け。

練習 3　2 直線 $2x-y+1=0$，$x+y-4=0$ の交点と，点 $(-2,\ 1)$ を通る直線の方程式を求めよ。

問題

1　原点 O と点 A$(6,\ 2)$，B$(2,\ 4)$ の 3 点を頂点とする △OAB は，直角二等辺三角形であることを示せ。 ➔ p.77，78

2　4 点 A$(1,\ 1)$，B$(4,\ 3)$，C$(2,\ 6)$，D を頂点とする平行四辺形 ABCD について，次の点の座標を求めよ。 ➔ p.80，81

(1)　対角線 AC の中点 M　　(2)　頂点 D

3　3 点 A$(1,\ 5)$，B$(6,\ -3)$，C$(x,\ y)$ を頂点とする △ABC の重心の座標が $(1,\ 3)$ であるとき，x，y の値を求めよ。 ➔ p.82

4　2 点 A$(4,\ 0)$，B$(0,\ 2)$ を通る直線の方程式を求めよ。 ➔ p.86

5　2 直線 $3x-4y+5=0$，$2x+y-4=0$ の交点を通り，次の条件を満たす直線の方程式を，それぞれ求めよ。 ➔ p.88

(1)　直線 $2x+5y=0$ に平行　　(2)　直線 $2x+5y=0$ に垂直

6　2 点 A$(a,\ b)$，B$(b,\ a)$ は，直線 $y=x$ に関して対称であることを示せ。ただし，$a \neq b$ とする。 ➔ p.89

7　2 点 A$(4,\ -2)$，B$(-2,\ 6)$ について，次の問いに答えよ。

(1)　2 点 A，B を通る直線 ℓ の方程式を求めよ。

(2)　原点 O と直線 ℓ の距離を求めよ。

(3)　△OAB の面積を求めよ。 ➔ p.77，86，91

8　2 直線 $ax+by+c=0$，$a'x+b'y+c'=0$ について，次のことを証明せよ。ただし，$b \neq 0$，$b' \neq 0$ とする。

2 直線が平行　$\Longleftrightarrow$　$ab'-ba'=0$

2 直線が垂直　$\Longleftrightarrow$　$aa'+bb'=0$

第 3 章　図形と方程式

2 つの図形の共有点の座標は，円と直線を用いて既に学んでいます。
2 円でも同じであることを例題前に補足し，内容のつながりを意識して学べるようにしました。
…②

B 2 つの円の共有点の座標

目標 2 つの円の共有点の座標が求められるようになろう。 (p.106 練習 34)

98 ページ例題 4 で円と直線の共有点の座標を求めたように，2 つの円が共有点をもつとき，その共有点の座標は，2 つの円の方程式を連立させた連立方程式を解くことによって求めることができる。

2 つの円について，共有点の座標を求めてみよう。

応用例題 4

次の 2 つの円の共有点の座標を求めよ。

$$x^2+y^2=5,\quad x^2+y^2-6x-2y+5=0$$

考え方 98 ページ例題 4 と同様に 1 つの文字を消去したいが，簡単には消去できない。まず，x^2，y^2 の項を消去して x，y の 1 次方程式を導く。

解答

$$\begin{cases} x^2+y^2-5=0 & \cdots\cdots ① \\ x^2+y^2-6x-2y+5=0 & \cdots\cdots ② \end{cases}$$

①－② から* $6x+2y-10=0$

すなわち

$$y=-3x+5 \quad \cdots\cdots ③$$

③ を ① に代入して整理すると

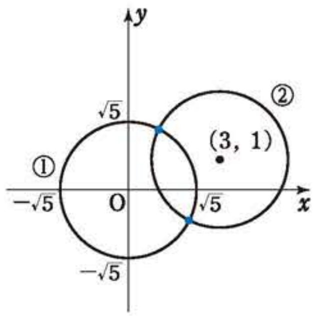
$$x^2-3x+2=0$$

これを解くと $x=1,\ 2$

③ に代入して

$$x=1 \text{ のとき } y=2,\quad x=2 \text{ のとき } y=-1$$

よって，共有点の座標は $(1,\ 2)$，$(2,\ -1)$



? ③ の方程式は，どのような直線を表しているだろうか。

目標 練習 34 次の 2 つの円の共有点の座標を求めよ。

$$x^2+y^2=10,\quad x^2+y^2-2x-y-5=0$$

＊$x^2+y^2=5$ を ② に代入して ③ を導いてもよい。

2 円の交点を通る図形を「研究」として扱いました。 …③

研究 2 つの円の交点を通る図形

92 ページで，2 直線の交点を通る直線について考えた。ここでは，2 つの円の交点を通る図形について考えよう。

前ページ応用例題 4 の 2 つの円

$$x^2+y^2-5=0 \quad \cdots\cdots ①,\qquad x^2+y^2-6x-2y+5=0 \quad \cdots\cdots ②$$

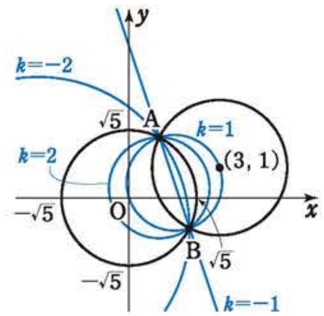
は 2 点で交わる。その交点を A，B とする。

Link 考察

ここで，k を定数として，方程式

$$k(x^2+y^2-5)+(x^2+y^2-6x-2y+5)=0 \quad \cdots\cdots ③$$

を考える。92 ページ練習 1 で考えたように，方程式 ③ の表す図形は，k の値に関わらず 2 つの円の交点 A，B を通る。



③ を整理すると

$$(k+1)x^2+(k+1)y^2-6x-2y-5k+5=0$$

よって，$k \neq -1$ のとき，③ は ①，② の交点を通る円を表し，

$k=-1$ のとき，③ は ①，② の交点を通る直線を表す。

▶**注意** ③ は，円 ① は表さない。

例 1 上の円 ①，② の 2 つの交点と，点 $(0,\ 3)$ を通る円の方程式を求めてみよう。k を定数として

$$k(x^2+y^2-5)+(x^2+y^2-6x-2y+5)=0 \quad \cdots\cdots ③$$

とすると，③ は 2 つの円の交点を通る図形を表す。

③ の表す図形が点 $(0,\ 3)$ を通るから，③ に $x=0$，$y=3$ を代入して $4k+8=0$ よって $k=-2$

これを ③ に代入して整理すると $x^2+y^2+6x+2y-15=0$ 終

練習 1 2 つの円 $x^2+y^2-4=0$，$x^2+y^2-4x+2y-6=0$ の 2 つの交点と点 $(1,\ 2)$ を通る円の方程式を求めよ。

第3章 図形と方程式

NEW!
k が動くときに図形群がどのようになるか，QR コンテンツで見られるようになっています。
…①

新課程では，数学Ⅱ（および数学Ⅲ）にも課題学習が設定されています。
数学Ⅱの内容をさらに発展させて主体的に考える課題に加え，日常生活の問題に数学を活用させる課題も取り扱いました。 …①

課題学習 2 最も近いコンビニエンスストア

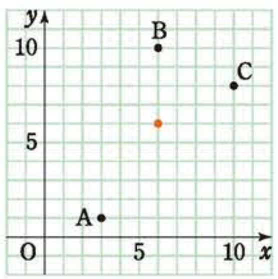
学習のテーマ 図形と方程式

大きな都市には多くのコンビニエンスストア（コンビニ）がある。自分がいる場所の周りにコンビニがいくつかある状況で，最も近いコンビニをすぐに判断するにはどうしたらよいだろうか。ここでは，不等式の表す領域を用いて，その方法について考えてみよう。

自分がいる場所から最も近いコンビニを判断する方法を考えてみよう。ただし，道路や他の建物については考えず，直線距離のみで判断することにする。

準備 2

右の図の座標平面上の3点
A(3, 1)，B(6, 10)，C(10, 8)
はそれぞれコンビニがある場所を表しているとする。(6, 6) で表される場所にいるとき，この場所から最も近いコンビニは，A，B，C のどれになるかを，2点間の距離を求めることで考えてみよう。



3つのコンビニのうち，最も近いコンビニが A，B，C であるような点 $P(x,\ y)$ 全体の集合をそれぞれ D_A，D_B，D_C とする。

課題 3

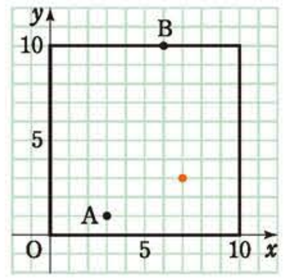
領域 D_A は条件 $AP \leqq BP$ かつ $AP \leqq CP$ を満たす点P全体の集合である。領域 D_A を座標平面上に図示してみよう。また，領域 D_B，D_C の満たすべき条件を考えて，領域 D_A と同じ座標平面上に図示してみよう。

課題3のように座標平面を領域に分けると，どのコンビニが最も近いかがすぐに判断できるようになる。

今度は，コンビニのオーナーになったとして，ある地域にコンビニを新たに出店することを計画する。新たに出店した場合に，それぞれのコンビニを利用する人の数について考えてみよう。

課題 4

座標平面上において，2つの不等式 $0 \leqq x \leqq 10$，$0 \leqq y \leqq 10$ を同時に満たす領域にはコンビニを利用する人が多い。そこで，この領域に新たにコンビニを出店したい。ここでは簡単に考えるため，次のことを仮定する。

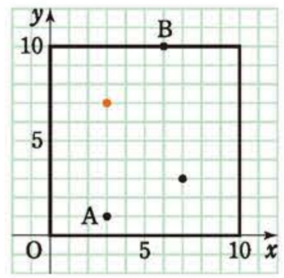


[1] この領域にはすでに A(3, 1)，B(6, 10) にコンビニがある。
[2] 人々は領域内で最も近いコンビニを利用する。課題3のようにこの領域を分けるとき，あるコンビニを利用する人の数は，分けられた領域のうち，そのコンビニを含む部分の面積に比例する。

点 (7, 3) の地点に新たにコンビニを出店する場合，利用する人が最も多いコンビニはどこにあるコンビニとなるか考えてみよう。

まとめの課題 2

課題4において，(7, 3) の地点にコンビニを出店した後，別のコンビニが (3, 7) の地点に出店されることが決まった。課題4と同様に考えたとき，利用する人が最も多いコンビニはどこにあるコンビニとなるか考えてみよう。



NEW!

思考力・判断力・表現力が必要な長文の問題を，巻末「総合問題」として扱いました。
誘導に沿って問題を解いていくため，読解力なども必要となります。 …①

総合問題

1 ある不等式を証明するとき，別の不等式を用いると，すぐに証明できる場合がある。

(1) a，b，c を正の実数とする。2次関数 $f(x)=ax^2+2bx+c$ について，すべての実数 x に対して $f(x)\geqq 0$ が成り立つとき，a，b，c の満たす条件を a，b，c の不等式で表せ。

(2) a_1，a_2，a_3，b_1，b_2，b_3 は正の実数とする。x の2次関数 $g(x)=(a_1x+b_1)^2+(a_2x+b_2)^2+(a_3x+b_3)^2$ について，すべての実数 x に対して $g(x)\geqq 0$ が成り立つ。このことを利用して，次の不等式が成り立つことを証明せよ。

$$(a_1{}^2+a_2{}^2+a_3{}^2)(b_1{}^2+b_2{}^2+b_3{}^2)\geqq(a_1b_1+a_2b_2+a_3b_3)^2$$

(3) x，y，z は正の実数とする。(2)の不等式を用いて，次の不等式が成り立つことを証明せよ。

$$14(x^2+y^2+z^2)\geqq(x+2y+3z)^2$$

(4) x，y，z は正の実数とする。(2)の不等式を用いて，次の不等式が成り立つことを証明せよ。

$$(x^2+y^2+z^2)\left(\frac{1}{x^2}+\frac{1}{y^2}+\frac{1}{z^2}\right)\geqq 9$$

(5) p，q，r，s，t，u は正の実数とする。(2)の不等式を用いて，次の不等式が成り立つことを証明せよ。

$$\frac{p^2}{s}+\frac{q^2}{t}+\frac{r^2}{u}\geqq\frac{(p+q+r)^2}{s+t+u}$$

2 a，b，c，d を実数とする。2つの多項式 $P_1(x)$，$P_2(x)$ を x^2+1 で割った商をそれぞれ $Q_1(x)$，$Q_2(x)$，余りをそれぞれ $ax+b$，$cx+d$ とする。

(1) $P_1(x)+P_2(x)$，$P_1(x)-P_2(x)$ を x^2+1 で割った余りをそれぞれ求めよ。

(2) $P_1(x)P_2(x)$ を x^2+1 で割った余りを求めよ。

(3) ある多項式 $P(x)$ について，次の条件が成り立つとする。

$P_1(x)-P(x)P_2(x)$ は x^2+1 で割り切れる

$c^2+d^2>0$ のとき，$P(x)$ を x^2+1 で割った余りを求めよ。

3 花子さんの学校では，文化祭に来てくれたお客さんにチョコレートとキャンディを配ることになった。お菓子を購入する予定のお店では，チョコレート2個とキャンディ7個が入った商品Aと，チョコレート5個とキャンディ3個が入った商品Bの2種類の商品が，同じ値段で販売されている。この2つの商品A，Bを購入して，チョコレートを200個，キャンディを420個は少なくとも用意したい。商品Aを x 個，商品Bを y 個購入するとき，次の問いに答えよ。

(1) 購入するチョコレートの個数が200個以上になるための条件を x，y の不等式で表せ。

(2) 購入するキャンディの個数が420個以上になるための条件を x，y の不等式で表せ。

(3) 2つの商品A，Bを最低でも合計で何個以上購入する必要があるか求めよ。

(4) 2つの商品A，Bの購入金額の合計が最も少なくなるような，$(x,\ y)$ の組をすべて求めよ。

NEW!

日常生活の題材をテーマにした問題も扱っています。
日常の内容を数学の内容として考える力も必要です。 …①

NEW!

本文で扱った主な用語について，その英語表現を扱いました。
今後さらに専門的に数学を学んでいくための準備になりますし，インターネットなどで調べる学習のときなどにも役立ちます。 …②

主な用語

※本書に登場する主な数学用語と，その英語表現を載せた。
用語に関する話題や，用語を用いた表現例，表現するときの注意点を載せたものもある。

第1章　式と証明

パスカルの三角形　[Pascal's triangle]→p.11
二項定理　[binomial theorem]→p.12
二項係数　[binomial coefficient]→p.13
二項係数 ${}_n\mathrm{C}_r$ を $\dbinom{n}{r}$ と表記することもある。
商　[quotient]→p.17
余り　[remainder]→p.17
割り切れる　[divisible]→p.17
分数式　[polynomial fraction]→p.19
分母　[denominator]→p.19
分子　[numerator]→p.19
約分する　[reduce]→p.19
既約(な)　[irreducible]→p.20
恒等式　[identity]→p.23
恒等式は，含まれている文字にどのような値を代入しても常に成り立つ等式である。
「恒」には「常に」という意味がある。
比例式　[proportionality]→p.30
不等式　[inequality]→p.31
相加平均　[arithmetic mean]→p.37
算術平均ともいう。
相乗平均　[geometric mean]→p.37
幾何平均ともいう。

第2章　複素数と方程式

虚数単位　[imaginary unit]→p.44
虚数単位 i は imaginary の頭文字である。
複素数　[complex number]→p.44
注意 複素数と虚数を混同しないように注意が必要である。実数 a，b を用いて $a+bi$ の形に表される数を複素数という。実数も複素数であり，実数と虚数を合わせたものが複素数である。
例 3 は実数であり，$1+2i$ は虚数である。また，3 と $1+2i$ はともに複素数である。
実部　[real part]→p.44
虚部　[imaginary part]→p.44
注意 複素数 $a+bi$ について，a を実部，b を虚部という。虚部は実数であり，bi を虚部としないよう注意が必要である。
純虚数
[purely (pure) imaginary number]→p.45
共役　[conjugate]→p.47
共役な複素数 $a+bi$，$a-bi$ について，「$a+bi$ と $a-bi$ は互いに共役である」ということもある。
判別式　[discriminant]→p.51
判別式を表す D は discriminant の頭文字である。
解と係数の関係
[relation between roots and coefficients]→p.53
対称式　[symmetric polynomial]→p.54
基本対称式
[elementary symmetric polynomial]→p.54
剰余の定理　[remainder theorem]→p.61
因数定理　[factor theorem]→p.63
組立除法　[synthetic division]→p.64
3乗根　[cube root，cubic root]→p.66
立方根ともいう。

第3章　図形と方程式

内分する　[divide internally]→p.75
外分する　[divide externally]→p.75
内分点　[internally dividing point]→p.75
外分点　[externally dividing point]→p.75
重心　[barycenter，centroid]→p.82
直線　[line]→p.83
傾き　[slope，gradient]→p.83
傾きの大きさは「大きい」「小さい」で表す。
切片　[intercept]→p.86
平行　[parallel]→p.87
垂直　[perpendicular]→p.87

NEW!

数学用語を使うときの注意点や例なども適宜掲載しています。
虚数と複素数の違いなど，勘違いしやすいものについて説明し，正しい数学表現ができるようになるための助けとなります。 …②

対称(な)　[symmetric]→p.89
円　[circle]→p.94
中心　[center]→p.94
半径　[radius]→p.94
外接円　[circumcircle]→p.97
外心　[circumcenter]→p.97
接点　[point of tangency]→p.105
外接する　[circumscribe]→p.105
内接する　[inscribe]→p.105
軌跡　[locus]→p.109
アポロニウスの円　[circle of Apollonius, Apollonius' circle]→p.111
領域　[region，domain]→p.114
境界線　[boundary curve]→p.114
境界[boundary]ということもある。
内部　[interior，inside]→p.115
外部　[exterior，outside]→p.115

第4章　三角関数

角　[angle]→p.128
動径　[radius vector]→p.128
始線　[initial line]→p.128
一般角　[general angle]→p.129
度　[degree]→p.130
1度の60分の1を1分，1分の60分の1を1秒という。
度数法　[degree measure]→p.130
ラジアン　[radian]→p.130
弧度法　[radian measure]→p.130
正弦　[sine]→p.133
余弦　[cosine]→p.133
正接　[tangent]→p.133
三角関数　[trigonometric function]→p.133
単位円　[unit circle]→p.134
正弦曲線　[sine curve]→p.141
周期　[period]→p.142
周期関数　[periodic function]→p.142
奇関数　[odd function]→p.142
偶関数　[even function]→p.142
漸近線　[asymptote]→p.143
2倍角の公式　[double-angle formulas]→p.160
半角の公式　[half-angle formulas]→p.161

第5章　指数関数と対数関数

累乗　[power]→p.174
指数　[exponent]→p.174
n 乗根　[n-th root]→p.176
累乗根　[root]→p.176
底(指数関数の)　[base]→p.182
指数関数　[exponential function]→p.182
増加関数　[increasing function]→p.184
減少関数　[decreasing function]→p.184
対数　[logarithm]→p.189
$\log_a M$ の log は logarithm を略したものである。
底(対数の，対数関数の)　[base]→p.189
真数　[antilogarithm]→p.189
対数関数　[logarithmic function]→p.193
常用対数　[common logarithm]→p.199

第6章　微分法と積分法

平均変化率　[average rate of change]→p.208
関数 $y=f(x)$ の平均変化率は
$\dfrac{y\text{の変化量}}{x\text{の変化量}}$ で求められる。中学校では，$\dfrac{y\text{の増加量}}{x\text{の増加量}}$ を，「変化の割合」とよんでいた。平均変化率と変化の割合は同じものである。
極限値　[limit value]→p.209
微分係数　[derivative, differential coefficient]→p.210
接線　[tangent，tangent line]→p.212
接点　[point of tangency]→p.212
導関数　[derivative，derived function]→p.213
定数関数　[constant function]→p.214
増分　[increment]→p.214
微分する　[differentiate]→p.215
区間　[interval]→p.222
増加する　[increase]→p.223
減少する　[decrease]→p.223
定数　[constant]→p.223
極大値　[local maximum, relative maximum]→p.225
極小値　[local minimum, relative minimum]→p.225

NEW!

「平均変化率」と中学校で学んだ「変化の割合」が同じものであることを説明しました。中学校の学習内容との関連をしっかり理解できます。 …②

自分で漸化式を立てて解決する図形の問題を扱いました。取捨選択できるよう，研究扱いにしています。…③

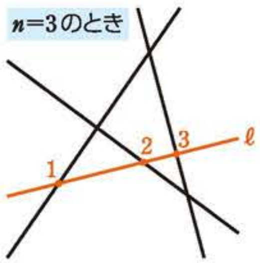
研究 漸化式の活用

漸化式を活用して，次の図形の問題について考えてみよう。

例題 1 平面上に n 本の直線があり，どの2本も平行でなく，また，どの3本も1点で交わらないとする。これら n 本の直線が，平面を a_n 個の部分に分けるとき，a_n を n の式で表せ。

解答 1本の直線で，平面は2つの部分に分けられるから　$a_1=2$

n 本の直線により，平面が a_n 個の部分に分けられているとき，$(n+1)$ 本目の直線 ℓ を引く。ℓ は n 本の直線と n 個の点で交わり，$(n-1)$ 個の線分と2個の半直線に分けられる。



これらの線分と半直線は，それが含まれる各平面の部分を2つに分けるから，直線 ℓ を引くことで平面の部分が $(n+1)$ 個増える。

よって　　$a_{n+1}=a_n+(n+1)$　すなわち　$a_{n+1}-a_n=n+1$

数列 $\{a_n\}$ の階差数列の一般項が $n+1$ であるから，$n \geqq 2$ のとき

$$a_n=a_1+\sum_{k=1}^{n-1}(k+1)=2+\frac{1}{2}(n-1)n+(n-1)$$

よって　　$a_n=\dfrac{1}{2}(n^2+n+2)$

初項は $a_1=2$ なので，この式は $n=1$ のときにも成り立つ。

したがって，求める式は　　$a_n=\dfrac{1}{2}(n^2+n+2)$

? 直線 ℓ を引くことで平面の部分が $(n+1)$ 個増加する。この理由を，$n=3$ のときの図を使って説明してみよう。

練習 1 上の例題1において，n 本の直線によって，交点はいくつできるか。

まず，すべての自然数について等式が成り立つということの意味を説明し，数学的帰納法の導入としました。…②

第1章 数列

10 数学的帰納法

ここで学ぶこと

15ページで学んだように，自然数の和について，次の等式が成り立つ。

$$1+2+3+\cdots\cdots+n=\frac{1}{2}n(n+1)$$

この等式は，

$n=1$ のとき，左辺が1，右辺が $\dfrac{1}{2}\cdot 1\cdot(1+1)=1$ であるから成り立つ。

$n=2$ のときは，左辺が $1+2=3$，右辺が $\dfrac{1}{2}\cdot 2\cdot(2+1)=3$ であるから成り立つ。

$n=3$ のときは，左辺が $1+2+3=6$，右辺が $\dfrac{1}{2}\cdot 3\cdot(3+1)=6$ であるから成り立つ。

……

このように具体的な n について等式が成り立つことを確かめていっても，自然数は限りなくあるから，すべての自然数について確かめることはできず，等式を証明したことにはならない。

ここでは，自然数 n に関する命題がすべての自然数 n について成り立つことを証明するための，新しい方法を学ぼう。

A 数学的帰納法の原理

目標 数学的帰納法のしくみを理解しよう。

37ページで学んだように，数列 $\{a_n\}$ について，初項 a_1 と，a_k から a_{k+1} を決める関係式が与えられているとき，a_2，a_3，…… と，順にすべての自然数 n について a_n がただ1通りに定まる。

これと似た考え方によって，自然数 n に関する命題がすべての自然数 n について成り立つことを証明する方法がある。

内容のつながりを重視し，漸化式と数学的帰納法の考え方の類似性に触れています。…②

まず，簡単な命題を題材に，数学的帰納法の仕組みを丁寧に説明しています。 …②

40 ページ例題 7 の，次の漸化式で定められる数列 $\{a_n\}$ を考えよう。

$$a_1=1,\quad a_{n+1}=3a_n+4$$

この数列 $\{a_n\}$ のすべての項 a_n が自然数であるといえるだろうか。

漸化式で a_1 から次々に項が定まることを考えると，すべての項 a_n が自然数であると考えられるが，どのように証明すればよいだろう。

次のように考えてみよう。

[1] $a_1=1$ は自然数である。

[2] a_k が自然数であると仮定する。

このとき，$a_{k+1}=3a_k+4$ であるから，a_{k+1} も自然数である。

[2]で $k=1$ とすると，$a_1=1$ が自然数であることは[1]でわかっているから，$a_{1+1}=a_2$ も自然数であるといえる。

次に[2]で $k=2$ とすると，a_2 が自然数であることはすでにわかっているから，$a_{2+1}=a_3$ も自然数であるといえる。

同様に[2]で $k=3,\ 4,\ 5,\ \cdots\cdots$ とすることで $a_4,\ a_5,\ a_6,\ \cdots\cdots$ と，順にすべての n について a_n が自然数であると証明できることになる。

このような証明法を **数学的帰納法** という。

Link イメージ

数学的帰納法

一般に，自然数 n に関する命題(A)について，「すべての自然数 n について(A)が成り立つ」を証明するには，次の[1]，[2]を示せばよい。

[1] $n=1$ のとき(A)が成り立つ。

[2] $n=k$ のとき(A)が成り立つと仮定すると，$n=k+1$ のときも(A)が成り立つ。

[1] 1番目のドミノが倒れる
[2] k 番目のドミノが倒れれば，$(k+1)$ 番目のドミノが倒れる
→すべてのドミノが倒れる

第1章 数列

B 等式の証明

目標 数学的帰納法を用いて等式の証明ができるようになろう。(p.47 練習 42)

数学的帰納法を用いて，自然数 n を含む等式を証明してみよう。

例題 8 数学的帰納法を用いて，次の等式を証明せよ。

$$1+2+3+\cdots\cdots+n=\frac{1}{2}n(n+1)$$

証明 この等式を(A)とする。

[1] $n=1$ のとき　左辺$=1$，　右辺$=\frac{1}{2}\cdot1\cdot(1+1)=1$

よって，$n=1$ のとき，(A)が成り立つ。

[2] $n=k$ のとき(A)が成り立つ，すなわち

$$1+2+3+\cdots\cdots+k=\frac{1}{2}k(k+1)$$

が成り立つと仮定すると，$n=k+1$ のときの(A)の左辺は

$$1+2+3+\cdots\cdots+k+(k+1)=\frac{1}{2}k(k+1)+(k+1)$$
$$=\frac{1}{2}(k+1)(k+2)$$

$n=k+1$ のときの(A)の右辺は

$$\frac{1}{2}(k+1)\{(k+1)+1\}=\frac{1}{2}(k+1)(k+2)$$

よって，$n=k+1$ のときも(A)が成り立つ。

[1]，[2]から，すべての自然数 n について(A)が成り立つ。 終

【?】 [2]で証明している等式は何だろうか。

目標 **練習 42** 数学的帰納法を用いて，次の等式を証明せよ。

(1) $1+3+5+\cdots\cdots+(2n-1)=n^2$

(2) $1\cdot2+2\cdot3+3\cdot4+\cdots\cdots+n(n+1)=\frac{1}{3}n(n+1)(n+2)$

NEW!

数学的帰納法では，どのような仕組みで証明しているかの理解が重要です。
何を証明しているのかを【?】で問い掛け，何となく読むだけにならないようにしています。 …②

前ページの証明との違いに着目させることで，2 つの問題を比較しながら理解できます。 …③

C 不等式の証明

目標 数学的帰納法を用いて不等式の証明ができるようになろう。
(p.48 練習 43)

等式に続いて，自然数 n を含む不等式を証明してみよう。

応用例題 6 n を 4 以上の自然数とするとき，次の不等式を証明せよ。

$$2^n>3n$$

考え方 前ページ例題 8 と違い，$n\geqq4$ である。46 ページで学んだ数学的帰納法の手順のどこを変えればよいか考える。

証明 この不等式を(A)とする。

[1] $n=4$ のとき

$$左辺=2^4=16,\qquad 右辺=3\cdot4=12$$

よって，$n=4$ のとき，(A)が成り立つ。

[2] $k\geqq4$ として，$n=k$ のとき(A)が成り立つ，すなわち

$$2^k>3k$$

が成り立つと仮定する。

$n=k+1$ のときの(A)の両辺の差を考えると

$$2^{k+1}-3(k+1)=2\cdot2^k-(3k+3)$$
$$>2\cdot3k-(3k+3)=3(k-1)>0$$

すなわち $2^{k+1}>3(k+1)$

よって，$n=k+1$ のときも(A)が成り立つ。

[1]，[2]から，4 以上のすべての自然数 n について(A)が成り立つ。 終

? [2]で示した 2 つの不等式 $2\cdot2^k-(3k+3)>2\cdot3k-(3k+3)$，$3(k-1)>0$ について，それぞれが成り立つ理由を説明してみよう。

目標 **練習 43** n を 3 以上の自然数とするとき，次の不等式を証明せよ。

$$2^n>2n+1$$

等式，不等式の証明に加え，整数の性質の証明問題も扱いました。 …③

D 整数の性質の証明

目標 数学的帰納法を用いて整数の性質の証明ができるようになろう。
(p.49 練習 45)

次に，数学的帰納法を用いて，整数の性質を証明してみよう。

応用例題 7 n は自然数とする。n^3+2n が 3 の倍数であることを，数学的帰納法を用いて証明せよ。

考え方 47 ページ例題 8 と同じ手順で証明する。$n=k$ のときの仮定をどのように利用するか考える。

証明 「n^3+2n は 3 の倍数である」を(A)とする。

[1] $n=1$ のとき $n^3+2n=1^3+2\cdot1=3$

よって，$n=1$ のとき，(A)が成り立つ。

[2] $n=k$ のとき(A)が成り立つ，すなわち k^3+2k は 3 の倍数であると仮定すると，ある整数 m を用いて

$$k^3+2k=3m$$

と表される。$n=k+1$ のときを考えると

$$(k+1)^3+2(k+1)=(k^3+3k^2+3k+1)+(2k+2)$$
$$=(k^3+2k)+3(k^2+k+1)$$
$$=3m+3(k^2+k+1)=3(m+k^2+k+1)$$

$m+k^2+k+1$ は整数であるから，$(k+1)^3+2(k+1)$ は 3 の倍数である。よって，$n=k+1$ のときも(A)が成り立つ。

[1]，[2]から，すべての自然数 n について(A)が成り立つ。 終

? [2]で，式を $(k^3+2k)+3(k^2+k+1)$ と変形したのはなぜだろうか。

深める **練習 44** 応用例題 7 について，n を 3 で割った余りが 0，1，2 のそれぞれの場合に分類して，数学的帰納法を用いずに証明せよ。

目標 **練習 45** n は自然数とする。$n^3+(n+1)^3+(n+2)^3$ が 9 の倍数であることを，数学的帰納法を用いて証明せよ。

NEW!
数学的帰納法を用いない証明を考える問題を「深める」として扱いました。
別証を考えることは，内容の深い理解につながります。 …③

統計的な推測のためにまず確率を扱っておく必要がある理由を，既習であるデータの分析(数学Ⅰ)，確率(数学A)と関連させながらまとめました。既習事項と関連させながら，全体像を把握して学ぶことができます。 …②

第1節 確率分布

1 確率変数と確率分布

ここで学ぶこと

数学Ⅰでは，データを整理し，それを分析する方法を学んだ。
この章では，データの一部からその全体を統計的に推測する方法を学ぶ。
数学Ⅰで学んだ仮説検定の考え方もその方法の1つであるといえる。
もちろん，データの一部からその全体を完全に言い当てることはできないため，推測がどれくらい妥当であるかを確率を用いて考えることになる。
よって，統計的な推測のためには，確率の考え方も必要になる。
そのため，第1節では確率の考え方について詳しく学んでいこう。確率は数学Aでも学んだが，その中でも「2枚の硬貨を同時に投げるとき，表が出る硬貨の枚数」など，試行の結果が数値で表されるような確率を考える。

A 確率変数と確率分布

目標 確率分布が求められるようになろう。 (p.57 練習 2)

2枚の硬貨を同時に投げるとき，表と裏の出方には

(表，表)，　(表，裏)，　(裏，表)，　(裏，裏)

の4通りの場合があり，どの出方も同様に確からしい。

この試行において，表が出る硬貨の枚数をXとすると，Xのとりうる値は，0，1，2であり，Xがこれらの各値をとる確率は，右の表のようになる。

X	0	1	2	計
確率	$\frac{1}{4}$	$\frac{2}{4}$	$\frac{1}{4}$	1

このXのように，試行の結果によってその値が定まり，各値に対して，その値をとる確率が定まるような変数を **確率変数** という。

確率変数Xが値aをとる確率を $\boldsymbol{P(X=a)}$ で表す。

また，Xがa以上b以下の値をとる確率を $\boldsymbol{P(a \leqq X \leqq b)}$ で表す。

一般に，確率変数Xのとりうる値がx_1，x_2，……，x_nであり，それぞれの値をとる確率がp_1，p_2，……，p_nであるとき，次が成り立つ。

$$p_1 \geqq 0,\ p_2 \geqq 0,\ \cdots\cdots,\ p_n \geqq 0 \qquad p_1+p_2+\cdots\cdots+p_n=1$$

確率変数Xのとりうる値とその値をとる確率との対応関係を，Xの **確率分布** または **分布** といい，確率変数Xはこの分布に **従う** という。確率分布は，右のような表の形で表すことが多い。

X	x_1	x_2	……	x_n	計
P	p_1	p_2	……	p_n	1

$P(X=x_1)=p_1$，
$P(X=x_2)=p_2$，……

具体的な確率変数の確率分布を求めてみよう。

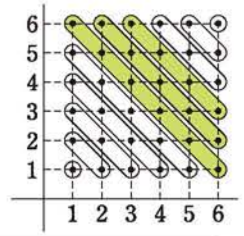
例 1 2個のさいころを同時に投げて，出る目の和をXとするとき，Xの確率分布と確率 $P(7 \leqq X \leqq 9)$ を求める。*

Xのとりうる値は

2，3，4，……，11，12

である。

それぞれの値をとる確率を求めて，Xの確率分布は次の表のようになる。



X	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	計
P	$\frac{1}{36}$	$\frac{2}{36}$	$\frac{3}{36}$	$\frac{4}{36}$	$\frac{5}{36}$	$\frac{6}{36}$	$\frac{5}{36}$	$\frac{4}{36}$	$\frac{3}{36}$	$\frac{2}{36}$	$\frac{1}{36}$	1

よって　$P(7 \leqq X \leqq 9)=\frac{6}{36}+\frac{5}{36}+\frac{4}{36}=\frac{15}{36}=\frac{5}{12}$ 終

練習 1 2個のさいころを同時に投げて，出る目の差の絶対値をYとするとき，Yの確率分布を求めよ。また，確率 $P(1 \leqq Y \leqq 3)$ を求めよ。

目標 **練習 2** 白玉2個，黒玉3個の入った袋から，3個の玉を同時に取り出すとき，出る白玉の個数をXとする。Xの確率分布を求めよ。また，確率 $P(X \geqq 1)$ を求めよ。

＊「確率変数Xの確率分布を求める」とは，Xのとりうるすべての値について，その値をとる確率との対応関係を求めることである。ここでは，確率分布は表の形で表すとよい。

前ページの①において，n が大きいときは，大数の法則により，標本比率 R は母比率 p に近いとみなしてよい。よって，①の根号の中の p を R でおき換えることにより，次の結果が得られる。

母比率の推定

標本の大きさ n が十分大きいとき，標本比率を R とすると，母比率 p に対する信頼度 95 %の信頼区間は

$$\left[R-1.96\sqrt{\frac{R(1-R)}{n}},\ R+1.96\sqrt{\frac{R(1-R)}{n}}\right]$$

例題 4　ある世論調査で，有権者から無作為抽出した 400 人について A 政党の支持者を調べたら 144 人いた。A 政党の支持者の母比率 p を信頼度 95 %で推定せよ。ただし，小数第 4 位を四捨五入して小数第 3 位まで求めよ。

解答　標本比率 R は　　$R=\dfrac{144}{400}=0.36$

標本の大きさは $n=400$ であるから

$$1.96\sqrt{\frac{R(1-R)}{n}}=1.96\sqrt{\frac{0.36\times0.64}{400}}$$

$$=1.96\times0.024\fallingdotseq0.047$$

よって，母比率 p に対する信頼度 95 %の信頼区間は

$[0.36-0.047,\ 0.36+0.047]$　　すなわち　$[0.313,\ 0.407]$

?　信頼区間の幅を例題 4 で求めたものよりも小さくするには，どのような調査をすればよいだろうか。

目標 練習 39　大量に生産されたある製品の中から無作為抽出した 2400 個について検査したところ 96 個が不良品であった。不良品の母比率 p を信頼度 95 %で推定せよ。ただし，小数第 4 位を四捨五入して小数第 3 位まで求めよ。

NEW!

より精度の高い推定にするための方法について問い掛けています。感覚的にも，信頼区間の定義式からも理解してほしいところです。…②

新課程で数学 B に新たに加わった「仮説検定」の内容です。数学 I「仮説検定の考え方」で扱ったボールペンの品質に関するアンケートと同じ題材（本冊子 50 ページ参照）とすることで，関連させて理解しやすくなっています。…②

9 仮説検定

ここで学ぶこと

数学 I では，次のような問題を解決するのに，仮説検定の考え方を用いた。

2 つの商品 A，B についてどちらがよいかアンケートを行ったところ，100 人中 61 人が B がよいと回答した。この結果から「B の方がよい商品である」と判断してよいだろうか。

仮説検定の考え方とは，この問題に対して「A と B に差はない」という仮説を立て，その仮説のもとでアンケートの結果が起こる確率を考えるというものであった。確率は，コインを投げるなどの実験を通じて考えた。

ここでは，仮説検定の考え方について，確率を求めるときに，実験ではなく，ここまでで学んだ確率分布を用いて考えていこう。

A 仮説検定

目標　仮説検定の意味を理解しよう。　（p.105 練習 40）

ボールペンを製造している会社が，既に販売しているボールペン A を改良して，新製品 B を開発した。B が A よりも書きやすいと消費者に評価されるかを調査したいと考え，無作為抽出した 100 人にこれらのボールペンを使ってもらい，A，B のどちらが書きやすいと感じるかを回答してもらったところ，100 人中 61 人が B と回答した。

この結果から，「B の方が書きやすいと評価される」と判断してよいか，仮説検定の考え方を用いて考えてみよう。

[1]　B の方が書きやすいと評価される

という主張に反する

[2]　A，B のどちらの回答の起こる確率も 0.5 である

という仮説を立てる。この仮説のもとで，100 人中 61 人以上が B と回答する確率を求め，それが 0.05 より小さければ「確率の小さいことが起こったのだから，[2] の仮説は正しくない」と判断することにする。

数学Ⅰでは実験で考えた確率を，確率分布を用いて考えることに触れることで，数学Ⅰと比較して理解できるようになっています。 …②

前ページの，[2]の仮説のもとで100人中61人以上がBと回答する確率を，数学Ⅰではコイン投げの実験などを用いて考えたが，ここでは，確率分布を用いて考えてみよう。

[2]　A，Bのどちらの回答の起こる確率も0.5である

という仮説のもとでは，100人中Bと回答する人数 X は，二項分布 $B(100,\ 0.5)$ に従う確率変数となる。

確率変数 X の期待値 m と標準偏差 σ は

$$m=100\times0.5=50,\quad \sigma=\sqrt{100\times0.5\times(1-0.5)}=5$$

であり，X は近似的に正規分布 $N(50,\ 5^2)$ に従う。 ← 85ページ参照

よって，$Z=\dfrac{X-50}{5}$ は，近似的に標準正規分布 $N(0,\ 1)$ に従う。

$X=61$ のとき $Z=2.2$ であるから，X が61以上である確率は

$$P(X\geqq61)=P(Z\geqq2.2)=0.5-p(2.2)=0.5-0.4861=0.0139$$

すなわち，[2]の仮説のもとでは，X が61以上である確率は0.0139程度であり，これはあらかじめ決めておいた確率0.05より小さい。

したがって，　[2]の仮説は正しくない　と考えられる。

すなわち，前ページの[1]の主張は正しい，つまりBの方が書きやすいと評価されると判断してよさそうである。

一般に，母集団に関して考えた仮定を **仮説** といい，標本から得られた結果によって，仮説が正しいかどうかを判断する手法を **仮説検定** という。また，上のように，仮説が正しくないと判断して，その仮説を採用しないことを，仮説を **棄却する**（ききゃく）という。*

上の例では，仮説検定によって，仮説「A，Bのどちらの回答の起こる確率も0.5である」が棄却され，「Bの方が書きやすいと評価される」が採用されたことになる。

＊仮説検定において，正しいかどうか判断したい主張[1]に反する仮定として立てた主張[2]を **帰無仮説**（きむ）といい，主張[1]を **対立仮説** という。

仮説検定では，前ページの0.05のように，基準となる確率をあらかじめ決めておき，それより確率が小さい事象が起こると仮説を棄却する。この基準となる確率を **有意水準**（ゆうい）という。* 有意水準は，0.05（5％）や0.01（1％）とすることが多い。

▶補足　有意水準 α で仮説検定を行うことを，「有意水準 α で **検定** する」ということがある。

求めた確率が有意水準より大きい場合は，仮説を棄却するだけの根拠がこの標本からは得られなかったと考え，「仮説を棄却できない」と判断する。仮説が棄却できないからといって，仮説が正しいと判断できるわけではないことに注意が必要である。

目標　練習 40　ある製菓会社が，従来のケーキAのレシピを改良し，新作のケーキBを開発した。400人のモニターに2つのケーキを試食してもらったところ，215人がBの方がおいしいと回答した。このとき，ケーキBの方がおいしいと評価されると判断してよいか，前ページの方法にならって，有意水準5％で検定せよ。

B　仮説検定と棄却域

目標　仮説検定による判断ができるようになろう。

（p.107 練習 41，p.108 練習 42）

ここまで，仮説検定において，仮説のもとで，確率変数 X について得られた標本の値が実現するような確率を求め，それが有意水準よりも小さいかどうかで仮説を棄却するかどうか判断した。

一方，有意水準をもとに仮説が棄却されるような X の値の範囲を求め，得られた標本の値がその範囲に入るかどうかで仮説を棄却するかどうか判断することもできる。

＊有意水準が0.05の場合，実際には正しい仮説を，0.05の確率で誤って棄却してしまう危険がある。そのため，有意水準のことを **危険率** ともいう。

用語「危険率」を紹介しつつ，有意水準について本文とは異なる視点からの説明を加え，内容の深い理解へ導きます。 …②

片側検定と両側検定については，具体例を挙げながら，それぞれどのようなときに用いるのか詳しく説明しました。 …②

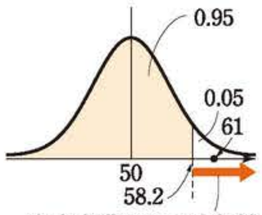
一般に，有意水準 α に対して，仮説が棄却されるような確率変数の値の範囲が定まる。この範囲を，有意水準 α の **棄却域** という。

103，104 ページのボールペンの例について，$Z=\dfrac{X-50}{5}$ とすると，正規分布表から $P(Z\geqq 1.64)\fallingdotseq 0.05$ が成り立つ。

$Z\geqq 1.64$ から

$$X\geqq 58.2$$

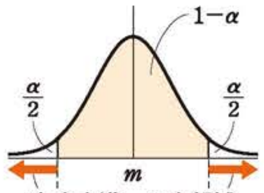
であり，これが有意水準 0.05 の棄却域である。$X=61$ は棄却域に入るから，仮説「A，B のどちらの回答の起こる確率も 0.5 である」は棄却され，「B の方が書きやすいと評価される」と判断できる。



有意水準 0.05 の棄却域

この例では，「B の方が書きやすいか」について考えたため，X の値は 50 以上となることを前提とし，値が大きすぎるときに仮説が棄却されるように，棄却域を片側だけにとっている。このような検定を **片側検定** という。

一方，「A と B の書きやすさに差があるか」について考える場合，X の値が大きすぎても小さすぎても仮説が棄却されるように，棄却域を両側にとるとよい。このような検定を **両側検定** という。



有意水準 α の棄却域

棄却域を用いた仮説検定の手順は次のようになる。

1. 事象が起こった原因を推測し，仮説を立てる。
2. 仮説が正しいとして，有意水準 α の棄却域を定める。
3. 標本から得られた確率変数の値が棄却域にある場合は仮説を棄却し，棄却域にない場合は仮説を棄却できない。

第2章 統計的な推測

例 21 ある 1 個のさいころを 180 回投げたところ，1 の目が 42 回出た。このさいころは，1 の目が出る確率が $\dfrac{1}{6}$ ではないと判断してよいか，有意水準 5 %で検定してみよう。

このさいころを 1 回投げて 1 の目が出る確率を p とすると，1 の目が出る確率が $\dfrac{1}{6}$ でないならば，$p\neq\dfrac{1}{6}$ である。ここで，

「$p=\dfrac{1}{6}$ である」　という仮説を立てる。

仮説が正しいとすると，180 回中 1 の目が出る回数 X は，二項分布 $B\left(180,\ \dfrac{1}{6}\right)$ に従う。X の期待値 m と標準偏差 σ は

$$m=180\times\frac{1}{6}=30,\qquad \sigma=\sqrt{180\times\frac{1}{6}\times\left(1-\frac{1}{6}\right)}=5$$

であり，X は近似的に正規分布 $N(30,\ 5^2)$ に従う。

よって，$Z=\dfrac{X-30}{5}$ は近似的に標準正規分布 $N(0,\ 1)$ に従う。

正規分布表より，$P(-1.96\leqq Z\leqq 1.96)=0.95$ であるから，有意水準 5 %の棄却域は　$Z\leqq -1.96,\ 1.96\leqq Z$*

$X=42$ のとき $Z=\dfrac{42-30}{5}=2.4$ であり，これは棄却域に入るから，仮説は棄却できる。

したがって，1 の目が出る確率が $\dfrac{1}{6}$ ではないと判断してよい。 終

目標 **練習 41** ある硬貨を 400 回投げたところ，表が 184 回出た。この硬貨は，表と裏の出やすさにかたよりがあると判断してよいか，有意水準 5 %で検定せよ。

*$Z\leqq -1.96,\ 1.96\leqq Z$ から $X\leqq 20.2,\ 39.8\leqq X$ であり，これが X についての棄却域である。$X=42$ はこの棄却域に入るから，仮説は棄却できる。

棄却域は，標準化した確率変数 Z で考えていますが，もとの X についての棄却域も示すことで，機械的な作業にならず，棄却域の意味が理解しやすくなっています。 …②

例題 5

ある県で，ある年の出生児から 100 人を抽出したところ，57 人が男子であった。男子の出生率は女子の出生率よりも高いと判断してよいか，有意水準 5 %で検定せよ。

解答

男子の出生率を p とすると，男子の出生率の方が高いならば，$p>0.5$ である。ここで，$p\geqq 0.5$ であることを前提として，

「$p=0.5$ である」　　という仮説を立てる。

仮説が正しいとすると，100 人中の男子の人数 X は，二項分布 $B(100,\ 0.5)$ に従う。X の期待値 m と標準偏差 σ は

$$m=100\times 0.5=50,\qquad \sigma=\sqrt{100\times 0.5\times(1-0.5)}=5$$

であり，X は近似的に正規分布 $N(50,\ 5^2)$ に従う。

よって，$Z=\dfrac{X-50}{5}$ は近似的に標準正規分布 $N(0,\ 1)$ に従う。

正規分布表より $P(Z\leqq 1.64)\fallingdotseq 0.5+0.45=0.95$ であるから，有意水準 5 %の棄却域は　$Z\geqq 1.64$ *

$X=57$ のとき $Z=\dfrac{57-50}{5}=1.4$ であり，これは棄却域に入らないから，仮説は棄却できない。

したがって，この結果からは男子の出生率は女子の出生率よりも高いと判断できない。

【?】 例題 5 では，片側検定を行っている。片側検定を行うのはどのようなときだろうか。

目標 練習 42 ある種子の発芽率は，従来 60 %であったが，それを発芽しやすいように品種改良した新しい種子から無作為に 150 個抽出して種をまいたところ，101 個が発芽した。品種改良によって発芽率が上がったと判断してよいか，有意水準 5 %で検定せよ。

* $Z\geqq 1.64$ から $X\geqq 58.2$ であり，これが X についての棄却域である。$X=57$ はこの棄却域に入らないから，仮説は棄却できない。

NEW!

片側検定についても例題で扱い，片側検定を行う理由を【?】で問い掛けています。 …②

問題

7 ある県の高校 2 年生の男子を母集団とするとき，その身長の分布は平均 170 cm，標準偏差 4 cm の正規分布で近似された。この母集団から無作為に 64 人を抽出するとき，その 64 人の身長の平均が 169 cm 以上 171 cm 以下の範囲にある確率を求めよ。 ➔ p.95

8 ある工場で生産されている製品Aから 100 個の無作為標本を抽出して耐久時間を調べたら，平均値は 1470 時間，標準偏差は 200 時間であった。この工場で生産される製品Aの平均耐久時間 m を，信頼度 95 %で推定せよ。ただし，小数第 1 位を四捨五入して整数で求めよ。 ➔ p.100

9 好きなラーメンについて 625 人に調査したところ，塩ラーメンが最も好きだと答えたのは 125 人であった。塩ラーメンが最も好きな人の割合 p を信頼度 95 %で推定せよ。ただし，小数第 4 位を四捨五入して小数第 3 位まで求めよ。 ➔ p.102

10 プロ野球の A，B 両チームの年間の対戦成績は，A の 18 勝 7 敗であった。両チームの力に差があるといえるか。両チームの力に差がないとき，Aが勝つ確率は 0.5 であるとして，有意水準 5 %で検定せよ。 ➔ p.107

11 ある政党を支持する人の割合はおよそ 0.4 であると予想されている。この割合について，信頼度 95 %で推定することを考える。

(1) 600 人を無作為に抽出して調べるとき，信頼区間の幅を求めよ。

(2) この政党を支持する人の割合を，信頼区間の幅が 0.04 以下となるように推定したい。何人以上を抽出して調べればよいか求めよ。

NEW!

思考力が必要な問題として，信頼区間の幅からデータの大きさを求める問題を扱っています。 …②

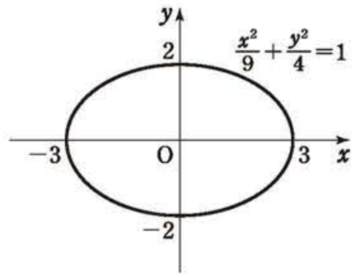
例題 3　方程式 $\dfrac{x^2}{9}+\dfrac{y^2}{4}=1$ で定められる x の関数 y について，$\dfrac{dy}{dx}$ を求めよ。

解答　$\dfrac{x^2}{9}+\dfrac{y^2}{4}=1$ の両辺を x で微分

すると　$\dfrac{2x}{9}+\dfrac{2y}{4}\cdot\dfrac{dy}{dx}=0$

よって，$y\neq0$ のとき

$$\frac{dy}{dx}=-\frac{4x}{9y}$$



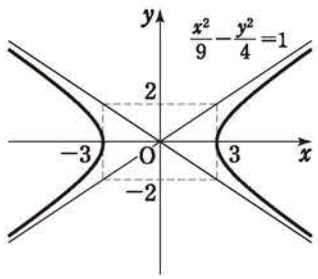
【?】 $\dfrac{x^2}{9}+\dfrac{y^2}{4}=1$ が表す曲線上の点 $\left(\dfrac{3\sqrt{3}}{2},\ -1\right)$ における曲線の接線の傾きを求めてみよう。

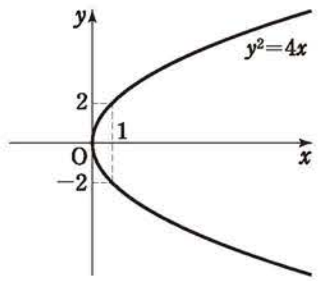
例題 3 の曲線は，円 $x^2+y^2=9$ を x 軸をもとにして y 軸方向に $\dfrac{2}{3}$ 倍に縮小した曲線で，**楕円**(だえん) とよばれる。

目標 練習 28　次の方程式で定められる x の関数 y について，$\dfrac{dy}{dx}$ を求めよ。

(1) $\dfrac{x^2}{9}-\dfrac{y^2}{4}=1$　　(2) $y^2=4x$

練習 28 の 2 つの曲線は，それぞれ次の図のようになる。(1) の曲線は **双曲線** とよばれる。(2) の曲線は **放物線** である。

(1)


(2)


新課程では，2 次曲線は数学 C の内容です。履修順序も考え，数学Ⅲの中で完結するよう，2 次曲線についてフォローしました。…①

曲線の媒介変数表示も，新課程では数学 C の内容です。定義から丁寧に説明しました。…①

B 媒介変数表示と導関数

目標　媒介変数表示された曲線について，y を x で微分できるようになろう。

(p.109 練習 29)

Link イメージ

ある曲線上の点 P の座標 $(x,\ y)$ が，t を用いて

$$x=2(t-1),\quad y=t^2-2t+2 \quad\cdots\cdots ①$$

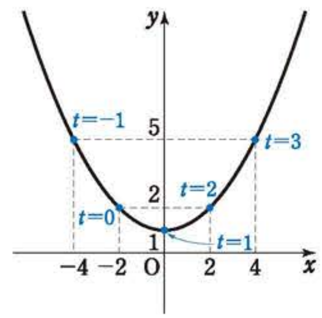
と表されるとしよう。P の座標は

$t=0$ のとき　$(-2,\ 2)$

$t=1$ のとき　$(0,\ 1)$

$t=2$ のとき　$(2,\ 2)$

のように t の値によって定まり，t が動くと点 P は図のように動いてある曲線を描く。すなわち，① は右の図の曲線を表しているといえる。



ここで，$x=2(t-1)$ を t について解くと　$t=\dfrac{x}{2}+1$

これを $y=t^2-2t+2$ に代入すると

$$y=\left(\frac{x}{2}+1\right)^2-2\left(\frac{x}{2}+1\right)+2 \qquad すなわち \quad y=\frac{1}{4}x^2+1$$

よって，① の表す曲線は

関数 $y=\dfrac{1}{4}x^2+1$ のグラフである。

① の表す曲線は放物線である。

一般に，曲線 C 上の点 $\mathrm{P}(x,\ y)$ の座標が変数 t によって

$$x=f(t),\quad y=g(t)$$

の形に表されるとき，これを曲線 C の **媒介変数表示**(ばいかい) といい，変数 t を **媒介変数** または **パラメータ** という。

曲線 C の媒介変数表示から，媒介変数 t を消去して x，y の方程式が得られるとき，これは曲線 C を表す方程式である。

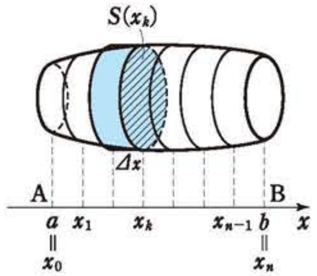
NEW!
パラメータの変化による点 P の動き，またそれによって点 P が描く曲線について，QR コンテンツで見ることができます。…②

区間 $[a,\ b]$ を n 等分して，その分点の座標を，a に近い方から順に

$x_1,\ x_2,\ x_3,\ \cdots\cdots,\ x_{n-1}$

とし，次のようにおく。

$$a=x_0,\ b=x_n,\ \frac{b-a}{n}=\Delta x$$



そして，各分点を通り x 軸に垂直な平面でこの立体を分割する。このとき

$$V_n=S(x_1)\Delta x+S(x_2)\Delta x+\cdots\cdots+S(x_n)\Delta x=\sum_{k=1}^{n}S(x_k)\Delta x$$

とすると，$n\longrightarrow\infty$ のとき，$V_n\longrightarrow V$ と考えられる。

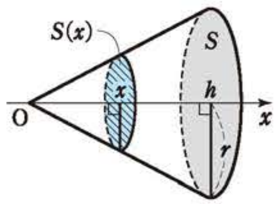
よって，185ページの「区分求積法と定積分」の関係から

$$V=\lim_{n\to\infty}\sum_{k=1}^{n}S(x_k)\Delta x=\int_a^b S(x)dx$$

底面の半径が r，高さが h の直円錐(すい)の体積 V は $V=\dfrac{1}{3}\pi r^2h$ で与えられる。この公式も定積分を用いて証明できる。

Link イメージ

【証明】 この直円錐の頂点から底面に垂線を下ろし，これを x 軸として頂点を原点Oにとる。座標が x である点を通り x 軸に垂直な平面で直円錐を切ったときの断面積を $S(x)$ とする。この断面は円であり，底面の円と相似である。また，底面の面積を S とすると，$S=\pi r^2$ である。断面と底面の相似比は $x:h$ であるから，面積比は



$$S(x):S=x^2:h^2 \qquad よって \quad S(x)=\frac{S}{h^2}x^2$$

したがって $\quad V=\displaystyle\int_0^h S(x)dx=\int_0^h\frac{S}{h^2}x^2dx=\frac{S}{h^2}\left[\frac{x^3}{3}\right]_0^h$

$$=\frac{S}{h^2}\cdot\frac{h^3}{3}=\frac{1}{3}Sh=\frac{1}{3}\pi r^2h$$

終

NEW!

三角形が動いて立体を作る様子は，紙面や黒板だけでは表現しづらいですが，QR コンテンツで動かしたり，回転させたりして，見ることができます。【?】や「深める」とも連動しており，積分で空間図形の体積を求めることについて深く理解できます。 …①

応用例題 9

底面の半径が a で高さも a である直円柱がある。この底面の直径 AB を含み底面と 45° の傾きをなす平面で，直円柱を2つの立体に分けるとき，小さい方の立体の体積 V を求めよ。

考え方 原点と x 軸を設定して，x 軸上の点Pを通り x 軸に垂直な平面で立体を切ったときの断面積を，Pの x 座標 x の式で表す。

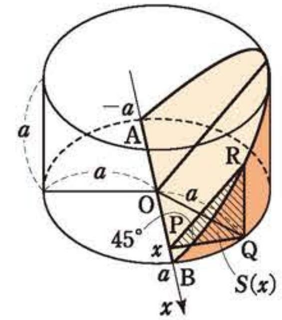
解答

Link イメージ

直線 AB を x 軸とし，底面の円の中心を原点Oにとる。線分 AB 上に点Pをとり，Pを通り x 軸に垂直な平面で立体を切ると，その断面は直角二等辺三角形 PQR になる。

点Pの座標を x とすると

$$PQ=QR=\sqrt{a^2-x^2}$$



よって，△PQR の面積を $S(x)$ とすると $\quad S(x)=\dfrac{1}{2}(a^2-x^2)$

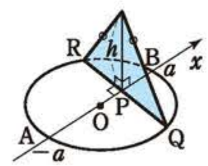
したがって

$$V=\int_{-a}^{a}\frac{1}{2}(a^2-x^2)dx=\int_0^a(a^2-x^2)dx=\left[a^2x-\frac{x^3}{3}\right]_0^a=\frac{2}{3}a^3$$

【?】 立体を x 軸に平行な方向から見ると，どのような図形に見えるだろうか。

深める **練習 47** 応用例題9の立体の体積を，次の方法で求めよ。
底面の円の中心を原点Oにとり，Oを通り AB に垂直な底面上の直線を x 軸として，x 軸に垂直な平面で立体を切った断面を考える。

目標 Link イメージ **練習 48** 半径 a の円Oがある。この直径 AB 上の点Pを通り直線 AB に垂直な弦 QR を底辺とし，高さが h である二等辺三角形を，円Oの面に対して垂直に作る。PがAからBまで動くとき，この三角形が通過してできる立体の体積 V を求めよ。



第5章 積分法とその応用

NEW!

問題文だけではどのような立体か想像しづらい立体についても，QR コンテンツで動かして見ることができます。 …①

NEW!

数学Cの内容であるベクトルは，数学Ⅲでは既習扱いですが，定義や公式が確認できるよう，数学Ⅲの巻末に補足として掲載しています。 …①

補足 ベクトル

本書の144～146ページを学習するには，数学Cの「ベクトル」の内容が必要となる。必要に応じて参照できるように，216～217ページに補足として掲載した。

■ ベクトル

向きをつけた線分を **有向線分** という。

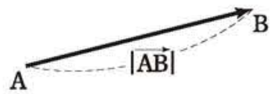
有向線分は，位置，向き，大きさで定まる。有向線分の位置の違いを無視して，向きが同じで大きさも等しいものをすべて同じとみなしたものを **ベクトル** という。

ベクトルは，向きと大きさをもつ量である。

有向線分ABが表すベクトルを $\overrightarrow{\mathrm{AB}}$ で表す。また，ベクトルを $\vec{a}$，$\vec{b}$ などで表すこともある。

■ ベクトルの大きさ

ベクトル $\overrightarrow{\mathrm{AB}}$ について，有向線分ABの長さをベクトル $\overrightarrow{\mathrm{AB}}$ の **大きさ** といい，$|\overrightarrow{\mathrm{AB}}|$ で表す。$\vec{a}$ の大きさも同様に，$|\vec{a}|$ で表す。



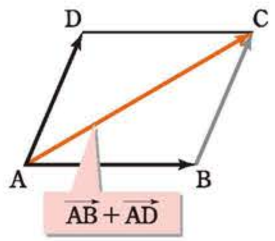
向きが同じで大きさも等しい2つのベクトル $\vec{a}$，$\vec{b}$ は **等しい** といい，$\vec{a}=\vec{b}$ と書く。

大きさが0のベクトルを **零（れい）ベクトル** またはゼロベクトルといい，$\vec{0}$ で表す。

■ ベクトルの和

2つのベクトル $\overrightarrow{\mathrm{AB}}$，$\overrightarrow{\mathrm{AD}}$ の和 $\overrightarrow{\mathrm{AB}}+\overrightarrow{\mathrm{AD}}$ は右の図のような平行四辺形ABCDを用いて定めることができる。右の図において，

$\overrightarrow{\mathrm{AB}}+\overrightarrow{\mathrm{AD}}=\overrightarrow{\mathrm{AC}}$ である。



教科書『NEXT 数学Ⅲ』146ページでは，等速円運動について扱っています。このような場面でベクトルの定義や公式を確認する際，この補足が役立ちます。 …②

■ ベクト

実数 k と

の k 倍の

[1] k

大

[2] k

大きさは $|k|$ 倍のベクトル

よって，

例題 6 座標平面上を運動する点Pの座標 $(x,\ y)$ が，時刻 t の関数として $x=r\cos\omega t$，$y=r\sin\omega t$ （r，ω は正の定数） で表されるとき，時刻 t におけるPの速さ，加速度の大きさを求めよ。

解答 時刻 t におけるPの速度を $\vec{v}$，加速度を $\vec{\alpha}$ とする。

$\vec{v}$ の成分は $\dfrac{dx}{dt}=-r\omega\sin\omega t$，$\dfrac{dy}{dt}=r\omega\cos\omega t$

【?】 $\vec{v}$ と $\vec{\alpha}$ の内積 $\vec{v}\cdot\vec{\alpha}$ を求めてみよう。また，その結果から何がいえるだろうか。

■ ベクト

Oを原点

ル $\vec{a}$ に対

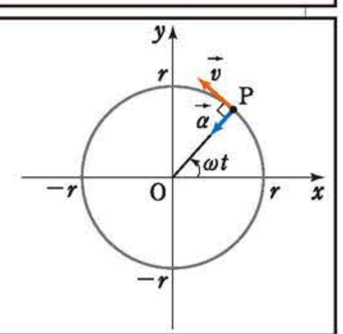
標が $(a_1$，

き，$\vec{a}$ は，

じ向きで大

例題6の点Pは円 $x^2+y^2=r^2$ の周上を動く。この円運動の速さは $r\omega$ であるから一定である。このように，速さが一定の円運動を **等速円運動** という。

また，例題6では $\vec{\alpha}=-\omega^2(x,\ y)$ が成り立つ。



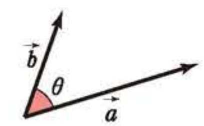
（NEXT 数Ⅲ 146ページ）

を用いて $\vec{a}=a_1\vec{e_1}+a_2\vec{e_2}$ と1通りに表され，この $\vec{a}$ を $\vec{a}=(a_1,\ a_2)$ と書く。

a_1，a_2 を，それぞれ $\vec{a}$ の **x成分**，**y成分** といい，まとめて $\vec{a}$ の **成分** という。また，$\vec{a}=(a_1,\ a_2)$ のとき $|\vec{a}|=\sqrt{a_1^2+a_2^2}$ である。

■ ベクトルの内積

$\vec{0}$ でない2つのベクトル $\vec{a}$ と $\vec{b}$ のなす角を θ とするとき，$\vec{a}$ と $\vec{b}$ の **内積 $\vec{a}\cdot\vec{b}$** を次の式で定める。



$$\vec{a}\cdot\vec{b}=|\vec{a}||\vec{b}|\cos\theta$$

また，$\vec{a}=(a_1,\ a_2)$，$\vec{b}=(b_1,\ b_2)$ のとき，次のことが成り立つ。

$$\vec{a}\cdot\vec{b}=a_1b_1+a_2b_2$$

内積について，次のことが成り立つ。

$\vec{a}\neq\vec{0}$，$\vec{b}\neq\vec{0}$ のとき　$\vec{a}\perp\vec{b} \iff \vec{a}\cdot\vec{b}=0$

章末問題 B

7 複素数 $z=\dfrac{1+i}{\sqrt{3}-i}$ について，次の問いに答えよ。

(1) z^n が実数となるような自然数 n のうち，最小のものを求めよ。

(2) z^n が純虚数となるような自然数 n のうち，最小のものを求めよ。

8 複素数 α を方程式 $z^5=1$ の 1 でない解の 1 つとする。

(1) $1+\alpha+\alpha^2+\alpha^3+\alpha^4$ の値を求めよ。

(2) $t=\alpha+\dfrac{1}{\alpha}$ とするとき，$t^2+t-1=0$ であることを示せ。

(3) $\cos\dfrac{4}{5}\pi$ の値を求めよ。

9 複素数平面上の 3 点 $\mathrm{A}(\alpha)$，$\mathrm{B}(\beta)$，$\mathrm{C}(\gamma)$ を頂点とする $\triangle\mathrm{ABC}$ について，等式 $2\alpha^2+\beta^2+\gamma^2-2\alpha\beta-2\alpha\gamma=0$ が成り立つとき，次の問いに答えよ。

(1) 複素数 $\dfrac{\gamma-\alpha}{\beta-\alpha}$ の値を求めよ。

(2) $\triangle\mathrm{ABC}$ はどのような三角形か。

10 $\alpha=1+\sqrt{3}\,i$，$\beta=-4+2i$ とし，複素数平面上の原点を O とする。

(1) 点 $\mathrm{A}(\alpha)$ を実軸に関して対称移動させた点を $\mathrm{A}'(\alpha')$ とする。
複素数 α' の値を求めよ。

(2) 点 $\mathrm{B}(\beta)$ を直線 OA に関して対称移動させた点を $\mathrm{B}'(\beta')$ とする。
複素数 β' の値を求めよ。

11 2 つの複素数 w，z が，等式 $w=\dfrac{z-4}{z+2}$ を満たす。複素数平面上で，点 w が原点を中心とする半径 2 の円上を動くとき，点 z はどのような図形を描くか。

Column 複素数とベクトル

第 1 章の内容を含みます。

複素数の和は，複素数平面上での点の平行移動と対応しています。一方，2 つのベクトルの和は平行四辺形を使って表すことができます。

88 ページ，21 ページ参照

2 つの複素数 $\alpha=a+bi$，$\beta=c+di$ の和 $\alpha+\beta$

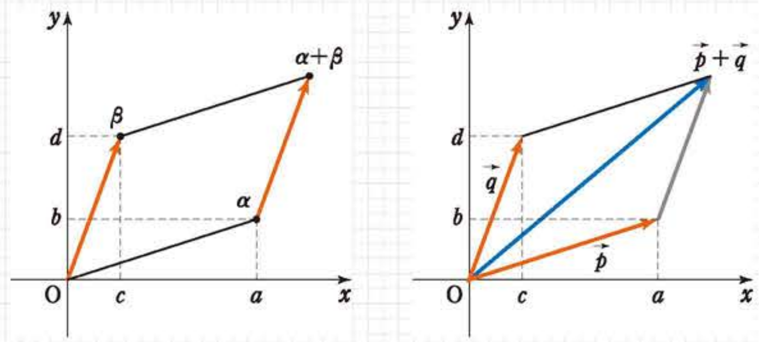
2 つのベクトル $\vec{p}=(a,\ b)$，$\vec{q}=(c,\ d)$ の和 $\vec{p}+\vec{q}$

は，下の図のように対応しています。実際の計算でも

$\alpha+\beta=(a+bi)+(c+di)=(a+c)+(b+d)i$

$\vec{p}+\vec{q}=(a,\ b)+(c,\ d)=(a+c,\ \ b+d)$

のように対応しているため，これらは実質的に同じ計算と考えることができます。



複素数の実数倍とベクトルの実数倍も，同じように対応していることがわかるでしょう。

89 ページ，21 ページ参照

一方，2 つの複素数の積が複素数であるのに対し，積に似た計算法則が成り立つ，2 つのベクトルの内積はベクトルではありません。そのため，これらは同じ計算とはいえません。なお，実際の計算は次のようになります。

$\alpha\beta=(ac-bd)+(ad+bc)i$

$\vec{p}\cdot\vec{q}=ac+bd$

似ている点と異なる点をしっかり区別して理解することが重要です。

各科目の各章末にはコラムを多く掲載しています。数学の面白い話題や発展的な内容，現実社会との関わりなど，様々なテーマで数学の良さを伝えています。 …②

C 媒介変数表示された曲線の平行移動

目標 曲線の平行移動と媒介変数表示の関係を理解しよう。 (p.150 練習 26)

135ページで学んだように，x，y の方程式 $F(x,\ y)=0$ の表す曲線を，x 軸方向に p，y 軸方向に q だけ平行移動すると，移動後の曲線の方程式は　$F(x-p,\ y-q)=0$　である。

ここでは，媒介変数表示された曲線の平行移動について考えよう。

応用例題 4

次の媒介変数表示は，どのような曲線を表すか。

$$x=2\cos\theta+1,\ y=2\sin\theta+3$$

考え方 媒介変数 θ を消去する。$\sin^2\theta+\cos^2\theta=1$ を利用。

解答

$$\sin\theta=\frac{y-3}{2},\quad \cos\theta=\frac{x-1}{2}$$

$\sin^2\theta+\cos^2\theta=1$ に代入すると　$\dfrac{(y-3)^2}{2^2}+\dfrac{(x-1)^2}{2^2}=1$

よって　$(x-1)^2+(y-3)^2=2^2$

これは，点 $(1,\ 3)$ を中心とする半径2の円を表す。

? 点 $(2\cos\theta+1,\ 2\sin\theta+3)$ と点 $(2\cos\theta,\ 2\sin\theta)$ はどのような関係にあるだろうか。

Link イメージ

応用例題4の曲線は，媒介変数表示 $x=2\cos\theta$，$y=2\sin\theta$ で表された曲線を，x 軸方向に1，y 軸方向に3だけ平行移動したものである。

一般に，次のことが成り立つ。

> 媒介変数表示 $x=f(t)+p$，$y=g(t)+q$ で表される曲線は，
> 媒介変数表示 $x=f(t)$，$y=g(t)$ で表される曲線を，
> x 軸方向に p，y 軸方向に q だけ平行移動したものである。

目標 練習 26 次の媒介変数表示は，どのような曲線を表すか。

$$x=3\cos\theta+2,\ y=2\sin\theta-1$$

NEW! 円が直線上を回転してサイクロイドを描く様子は，紙面や黒板だけでは表現しづらいところです。QR コンテンツで動かして見ることができます。…①

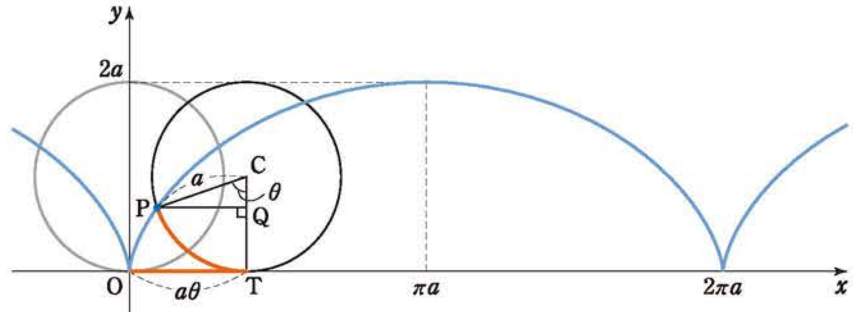
第4章 式と曲線

D サイクロイド

目標 サイクロイドの媒介変数表示について理解しよう。 (p.151 練習 27)

円が定直線上をすべることなく回転していくとき，円上の定点Pが描く曲線を考えよう。この曲線を **サイクロイド** という。

Link イメージ



円の半径が a のとき，サイクロイドの媒介変数表示を求めてみよう。

上の図のように，定直線を x 軸とし，点Pの最初の位置を原点Oとする。また，円が角 θ だけ回転したときの点Pの座標を $(x,\ y)$ とし，円の中心をC，x 軸との接点をTとする。

このとき，上の図において，$\mathrm{OT}=\overset{\frown}{\mathrm{TP}}=a\theta$ であるから*

$$x=\mathrm{OT}-\mathrm{PQ}=a\theta-a\sin\theta$$
$$y=\mathrm{CT}-\mathrm{CQ}=a-a\cos\theta$$

と表される。これらの式は，$\sin\theta<0$ や $\cos\theta<0$ のときも成り立つ。

よって，サイクロイドの媒介変数表示は，次のようになる。

$$\boldsymbol{x=a(\theta-\sin\theta),\ y=a(1-\cos\theta)}$$

目標 練習 27 サイクロイド $x=2(\theta-\sin\theta)$，$y=2(1-\cos\theta)$ において，θ が次の値をとったときの点の座標を求めよ。

(1) $\theta=\dfrac{\pi}{3}$　(2) $\theta=\pi$　(3) $\theta=\dfrac{3}{2}\pi$　(4) $\theta=2\pi$

* $\overset{\frown}{\mathrm{TP}}$ は弧TPの長さを表している。
半径が a，中心角が θ ラジアンの扇形の弧の長さは，$a\theta$ である。

新課程では，日常の事象や社会の事象などを表現する方法の１つとして行列を扱うことになりました。販売店と色ごとのボールペンの販売数を行列で表すことを題材としました。…①

2 行列による表現

ここで学ぶこと

日常生活において，データを集めて整理する場合，表にまとめることが多い。ここでは，データをまとめた表のように，いくつかの数をまとめたものを数学的に扱う方法を考える。また，その加法や乗法などが定義できる場合，計算結果が何を表しているのかについても考えていこう。

A 行列

目標 行列を用いた表し方を理解しよう。（p.179 練習 3）

下の表は，ある年の４月と５月における３つの店 X，Y，Z での，４種類の色のボールペンの販売数を表したものである。

4月

	黒	赤	青	緑
X	55	61	21	13
Y	78	64	32	18
Z	43	45	20	9

5月

	黒	赤	青	緑
X	50	52	23	16
Y	70	64	36	25
Z	45	41	9	7

（単位は 本）

たとえば，４月において，店 X では，黒のボールペンの販売数は 55 本，赤のボールペンの販売数は 61 本である。

上の表は，数字の並びをかっこで囲んだもので次のように表すことができる。

$$\begin{pmatrix} 55 & 61 & 21 & 13 \\ 78 & 64 & 32 & 18 \\ 43 & 45 & 20 & 9 \end{pmatrix} \qquad \begin{pmatrix} 50 & 52 & 23 & 16 \\ 70 & 64 & 36 & 25 \\ 45 & 41 & 9 & 7 \end{pmatrix}$$

このように，数や文字を長方形状に書き並べ，両側をかっこで囲んだものを **行列** といい，かっこの中のそれぞれの数や文字を，この行列の **成分** という。行列は，アルファベットの大文字 A，B などで表す。

一方で，行列の定義は数学的に問題ないものとし，大学で学ぶ際の準備になるようにしました。…①

前ページの４月のボールペンの販売数を表す行列を A，５月のボールペンの販売数を表す行列を B とすると，次のようになる。

$$A=\begin{pmatrix} 55 & 61 & 21 & 13 \\ 78 & 64 & 32 & 18 \\ 43 & 45 & 20 & 9 \end{pmatrix} \qquad B=\begin{pmatrix} 50 & 52 & 23 & 16 \\ 70 & 64 & 36 & 25 \\ 45 & 41 & 9 & 7 \end{pmatrix}$$

行列において，成分の横の並びを **行** といい，縦の並びを **列** という。行は上から順に第１行，第２行，……，列は左から順に第１列，第２列，…… という。

$$\begin{array}{r} \\ \text{第1行}\rightarrow \\ \text{第2行}\rightarrow \\ \text{第3行}\rightarrow \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{cccc} \text{第1列} & \text{第2列} & \text{第3列} & \text{第4列} \\ \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow \end{array} \\ \begin{pmatrix} 55 & 61 & 21 & 13 \\ 78 & 64 & 32 & 18 \\ 43 & \underbrace{45}_{(3,\ 2)\text{成分}} & 20 & 9 \end{pmatrix} \end{array}$$

m 個の行と n 個の列からなる行列を **m 行 n 列の行列** または **$m\times n$ 行列** という。たとえば，上の行列 A，B は，どちらも３行４列の行列である。

とくに，行と列の個数が等しい $n\times n$ 行列を，**n 次の正方行列** という。

また，$\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$，$(0\ \ 0)$，$\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ のように，成分がすべて 0 である行列を **零行列** という。零行列は，記号 O を用いて表す。

行列の第 i 行と第 j 列の交わるところにある成分を **$(i,\ j)$ 成分** という。たとえば，上の行列 A の $(3,\ 2)$ 成分は 45 である。

例 1

(1) 上の行列 A の $(2,\ 3)$ 成分は 32 である。すなわち，４月の店 Y での青のボールペンの販売数は，32 本である。

(2) 上の行列 B の第３行に現れる成分の和は，$45+41+9+7=102$ である。すなわち，５月の店 Z での４種類のボールペンの合計販売数は，102 本である。 終

目標 **練習 3** 前ページの４種類のボールペンの販売数について，上の行列 A の第３行に現れる成分の和は $43+45+20+9=117$ であり，例１(2)で求めた成分の和 102 と比較すると，$102<117$ が成り立つ。この大小関係は何を意味しているのか答えよ。

第５章 数学的な表現の工夫

B 行列の和と差

目標 行列の和と差の計算ができるようになろう。 (p.181 練習 5)

2つの行列 A, B について，行数が等しく，列数も等しいとき，A と B は同じ型であるという。行列 A, B が同じ型であり，かつ対応する成分がそれぞれ等しいとき，A と B は **等しい** といい，$\boldsymbol{A=B}$ と書く。また，同じ型の2つの行列 A, B の対応する成分の和を成分とする行列を A と B の **和** といい，$\boldsymbol{A+B}$ で表す。A と B の **差** $\boldsymbol{A-B}$ も同様に定義できる。

例 2 前ページの行列 A と B の和，差は次のようになる。

$$A+B=\begin{pmatrix} 55 & 61 & 21 & 13 \\ 78 & 64 & 32 & 18 \\ 43 & 45 & 20 & 9 \end{pmatrix}+\begin{pmatrix} 50 & 52 & 23 & 16 \\ 70 & 64 & 36 & 25 \\ 45 & 41 & 9 & 7 \end{pmatrix}$$

$$=\begin{pmatrix} 55+50 & 61+52 & 21+23 & 13+16 \\ 78+70 & 64+64 & 32+36 & 18+25 \\ 43+45 & 45+41 & 20+9 & 9+7 \end{pmatrix}$$

$$=\begin{pmatrix} 105 & 113 & 44 & 29 \\ 148 & 128 & 68 & 43 \\ 88 & 86 & 29 & 16 \end{pmatrix}$$

A の $(i,\ j)$ 成分
$+B$ の $(i,\ j)$ 成分
$=A+B$ の $(i,\ j)$ 成分

$$A-B=\begin{pmatrix} 55 & 61 & 21 & 13 \\ 78 & 64 & 32 & 18 \\ 43 & 45 & 20 & 9 \end{pmatrix}-\begin{pmatrix} 50 & 52 & 23 & 16 \\ 70 & 64 & 36 & 25 \\ 45 & 41 & 9 & 7 \end{pmatrix}$$

$$=\begin{pmatrix} 55-50 & 61-52 & 21-23 & 13-16 \\ 78-70 & 64-64 & 32-36 & 18-25 \\ 43-45 & 45-41 & 20-9 & 9-7 \end{pmatrix}$$

$$=\begin{pmatrix} 5 & 9 & -2 & -3 \\ 8 & 0 & -4 & -7 \\ -2 & 4 & 11 & 2 \end{pmatrix}$$ 終

A の $(i,\ j)$ 成分
$-B$ の $(i,\ j)$ 成分
$=A-B$ の $(i,\ j)$ 成分

行列の和や差が，ボールペンの販売数では何を表すのかについて触れ，数学と日常の関わりが理解できます。 …①

2つの行列 A, B の和，差が定義できるのは，A と B が同じ型であるときのみである。前ページ例2について，A, B はどちらも 3×4 行列で同じ型である。なお，同じ型でない2つの行列については，和，差を定義しない。

178 ページの各ボールペンの販売数について，$A+B$ の各成分は，4月の販売数と5月の販売数の合計を表している。

練習 4 178 ページの各ボールペンの販売数について，4月から5月で最も増えたもの，最も減ったものは，それぞれどの店のどの色のボールペンか。$B-A$ を計算することで答えよ。

目標 練習 5 次の計算をせよ。

(1) $\begin{pmatrix} 7 & 4 \\ -3 & 1 \end{pmatrix}+\begin{pmatrix} -2 & 5 \\ 8 & -1 \end{pmatrix}$　　(2) $\begin{pmatrix} 2 & 9 \\ -6 & 7 \end{pmatrix}-\begin{pmatrix} 5 & 6 \\ 4 & -2 \end{pmatrix}$

(3) $\begin{pmatrix} 6 & -5 & 2 \\ 0 & 4 & -3 \end{pmatrix}+\begin{pmatrix} -4 & 3 & -7 \\ 1 & 8 & 6 \end{pmatrix}$　　(4) $\begin{pmatrix} 0 \\ 4 \end{pmatrix}-\begin{pmatrix} 3 \\ -1 \end{pmatrix}$

行列の加法，減法についての性質を考えよう。
実数 x, y, z について，次のことが成り立つ。

1 $\boldsymbol{x+y=y+x}$　　交換法則
2 $\boldsymbol{(x+y)+z=x+(y+z)}$　　結合法則

これらを用いることで，同じ型の行列の和や差について，次のことが成り立つとわかる。

行列の加法，減法についての性質

1 $A+B=B+A$　　**交換法則**
2 $(A+B)+C=A+(B+C)$　　**結合法則**
3 $A-A=O,\quad A+O=A$

2 が成り立つので，行列 A, B, C の和を $A+B+C$ と書く。

第5章 数学的な表現の工夫

また，行列の加法，減法についての一般法則についても述べ，行列の数学的意義も理解できるようにしています。 …①

巻末では，行列特有の性質として，積の非可換性と零因子の存在について触れ，興味をもった生徒さんがより深く学べるようにするとともに，大学で行列を学ぶ準備にもなるようにしています。
…③

補足 行列の積 AB と BA

実数の乗法では，次の交換法則が成り立つ。

$$xy=yx \qquad x,\ y \text{ は実数}$$

一方，187 ページの行列の積の定義から，2つの行列 A，B について，積 AB が定義できても，積 BA が定義できるとは限らない。積 AB，BA の両方が定義でき，それらが同じ型の行列になるのは，A，B がともに同じ型の正方行列のときのみであることがわかる。

ここでは，正方行列の乗法で交換法則が成り立つかどうかを調べてみよう。

例 1 $A=\begin{pmatrix}1&1\\0&2\end{pmatrix}$，$B=\begin{pmatrix}1&2\\3&0\end{pmatrix}$ について

$$AB=\begin{pmatrix}1&1\\0&2\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1&2\\3&0\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}4&2\\6&0\end{pmatrix},\quad BA=\begin{pmatrix}1&2\\3&0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1&1\\0&2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1&5\\3&3\end{pmatrix}$$

よって　$AB\neq BA$　終

例 2 $A=\begin{pmatrix}1&1\\0&2\end{pmatrix}$，$C=\begin{pmatrix}5&2\\0&7\end{pmatrix}$ について

$$AC=\begin{pmatrix}1&1\\0&2\end{pmatrix}\begin{pmatrix}5&2\\0&7\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}5&9\\0&14\end{pmatrix},\quad CA=\begin{pmatrix}5&2\\0&7\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1&1\\0&2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}5&9\\0&14\end{pmatrix}$$

よって　$AC=CA$　終

例 1，2 や 187 ページの練習 10 (1)，(2) から，次のことがいえる。

行列の乗法では，交換法則は一般には成り立たない。

練習 1 次の行列 A，B について，$AB=BA$ が成り立つか調べよ。

(1) $A=\begin{pmatrix}8&-3\\12&-4\end{pmatrix}$，$B=\begin{pmatrix}2&-1\\4&-2\end{pmatrix}$

(2) $A=\begin{pmatrix}2&-1\\-3&4\end{pmatrix}$，$B=\begin{pmatrix}1&10\\6&2\end{pmatrix}$

行列 $\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}$，$\begin{pmatrix}1&0&0\\0&1&0\\0&0&1\end{pmatrix}$ のように，n 次の正方行列において，$(1,\ 1)$ 成分，$(2,\ 2)$ 成分，……，$(n,\ n)$ 成分がすべて 1 で，他の成分がすべて 0 である行列を，n 次の **単位行列** という。ここでは，単位行列を E で表す。

任意の実数 x について，次のことが成り立つ。

$$x\cdot1=1\cdot x=x,\qquad x\cdot0=0\cdot x=0$$

同様に，単位行列 E と零行列 O は，積に関して，次の性質をもつ。

> A を n 次の正方行列，E，O をそれぞれ A と同じ型の単位行列，零行列とする。
>
> **1**　$AE=EA=A$　　　**2**　$AO=OA=O$

練習 2 2 次の正方行列について，上の性質 **1**，**2** が成り立つことを確かめよ。

行列の乗法には，交換法則が一般には成り立たないこと以外にも，実数の乗法と異なる性質がある。

例 3 $A=\begin{pmatrix}2&1\\4&2\end{pmatrix}$，$B=\begin{pmatrix}1&-2\\-2&4\end{pmatrix}$ について

$$AB=\begin{pmatrix}2&1\\4&2\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1&-2\\-2&4\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0&0\\0&0\end{pmatrix}=O$$

終

例 3 のように，行列では $A\neq O$ かつ $B\neq O$ であっても，$AB=O$ となることがある。

練習 3 $\begin{pmatrix}4&2\\2&1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}-1&a\\b&2\end{pmatrix}=O$ が成り立つように，a，b の値を定めよ。

さまざまなタイプのQRコンテンツ

QRコンテンツで，新たな学びへ！

紙面のQRコードからご利用いただけます

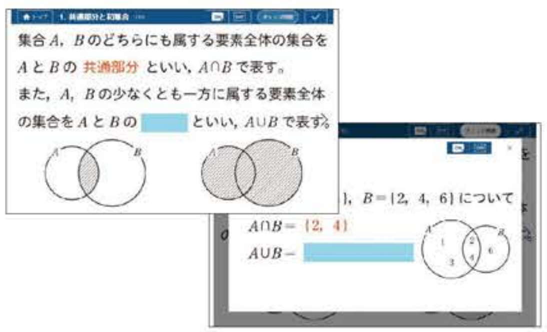
資料 MAP イメージ 考察

上のようなアイコンでコンテンツへのリンクが示されます

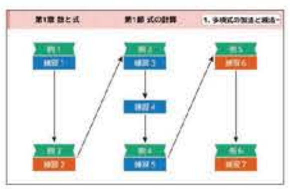
▲サンプルはこちら！

▼導入動画（各章）

▼公式集（各章）

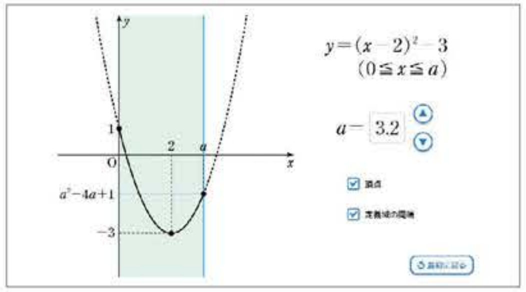


▼ロードマップ（各章／各節）

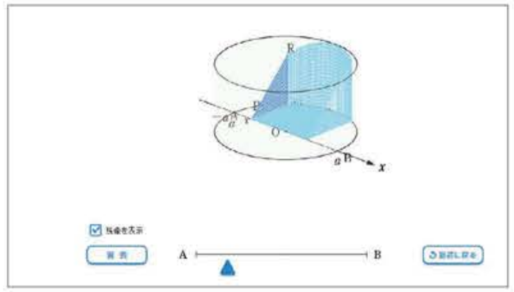


※ネットワーク接続に際し発生する通信料は使用される方のご負担となります。

▼２次関数の最大・最小①（数学Ⅰ）



▼直円柱を２つに分けてできる立体（数学Ⅲ）



コンテンツ一覧

数学Ⅰ	導入動画	公式集	ロードマップ	数直線と実数
	絶対値を含む方程式・不等式	宅配料	２次関数のグラフ①	２次関数のグラフ②
	２次関数のグラフ③	グラフの平行移動	グラフの対称移動	２次関数の最大・最小①
	２次関数の最大・最小②	正方形に内接する正方形	２次不等式の解	２次関数のグラフと x 軸の位置関係
	放物線の性質	国立天文台	三角比の値	三角比の値（$0°\leqq\theta\leqq180°$）
	正四面体	直方体の切断	最高気温のデータ	バス，自転車での通学時間のデータ
	コイン投げのシミュレーション	コラムのデータ①	コラムのデータ②	コラムのデータ③
	コラムのデータ④	２つの放物線の関係	２次関数のグラフ④	２次関数のグラフ⑤
	２次関数のグラフ⑥	絶対値を含む関数のグラフ①	絶対値を含む関数のグラフ②	絶対値を含む関数のグラフ③
	絶対値を含む関数のグラフ④	平均気温と緯度の関係	総務省統計局	
数学A	導入動画	公式集	ロードマップ	円順列
	順列と組合せの関係	組分けの総数	１の目が出る割合	モンティ・ホール問題
	中学校で学んだ図形の性質	三角形の３辺の垂直二等分線	三角形の３つの内角の二等分線	三角形の３本の中線
	三角形の外心，内心，重心	チェバの定理	メネラウスの定理	三角形の辺と角の大小
	円と直線の位置関係	方べきの定理	２つの円の位置関係	２つの円の共通接線
	垂直二等分線の作図	角の二等分線の作図	垂線の作図	平行線の作図①
	平行線の作図②	線分の内分点の作図	商の長さをもつ線分の作図	$\sqrt{2}$，$\sqrt{3}$，…の長さの線分の作図
	$\sqrt{a}$ の長さの線分の作図	３本の平行線上に頂点をもつ正三角形①	３本の平行線上に頂点をもつ正三角形②	３つの円上に頂点をもつ正三角形
	２直線の位置関係	２直線のなす角	直線と平面の位置関係	直線と平面の位置関係（垂直）
	２平面の位置関係	２平面のなす角	正多面体	正六面体のかどを切り取る①
	正六面体のかどを切り取る②	正四面体のかどを切り取る	カードめくり	ユークリッドの互除法
	天秤ばかり	ゲーム・パズル		
数学Ⅱ	導入動画	公式集	ロードマップ	パスカルの三角形
	１次方程式を満たす図形	２直線の交点を通る直線	円と直線の位置関係	２つの円の位置関係
	２つの円の交点を通る図形	軌跡①	軌跡②	軌跡③
	直線と領域	円と領域	領域と最大・最小	軌跡④
	扇形の弧の長さと面積	三角関数の値	$y=\sin\theta$，$y=\cos\theta$ のグラフ	$y=\tan\theta$ のグラフ
	いろいろな三角関数のグラフ①	いろいろな三角関数のグラフ②	いろいろな三角関数のグラフ③	三角関数を含む不等式①
	三角関数を含む不等式②	三角関数を含む関数の最大値，最小値	指数関数のグラフ	対数関数のグラフ
	曲線の拡大	平均変化率と接線	３次関数の最大・最小	方程式への応用
	定積分と面積	２つの三角関数の和で表される関数のグラフ①	２つの三角関数の和で表される関数のグラフ②	２つの三角関数の和で表される関数のグラフ③
数学B	導入動画	公式集	ロードマップ	等差数列の和
	複利計算	漸化式の活用	数学的帰納法	連続型確率変数
	正規分布曲線	二項分布の正規分布による近似	令和２年国勢調査（総務省統計局）	無作為抽出
	標本平均	標本平均の分布	大数の法則	信頼区間の意味
	自転車の台数の割合①	自転車の台数の割合②	時系列データと移動平均	回帰分析①
	回帰分析②	回帰分析③	回帰分析④	対数目盛の散布図
数学Ⅲ	導入動画	公式集	ロードマップ	あみだくじ
	$a_n=\frac{1}{n}$ の値	数列の極限と大小関係	漸化式で定められる数列の極限	数直線上の点Pの移動
	指数関数・対数関数の極限	三角関数の極限	微分係数と接線の傾き	$(1+k)^{\frac{1}{k}}$ の値
	指数関数 $y=a^x$ のグラフと e の関係	曲線の媒介変数表示	平均値の定理	曲線の凹凸
	曲線の変曲点と接線	方程式の実数解の個数	定積分と和の極限①	定積分と和の極限②
	サイクロイド	直円錐	直円柱を２つに分けてできる立体	三角形が通過してできる立体
	円環体	アステロイド	シェルピンスキーのギャスケット	コッホ雪片
	近似式			
数学C	導入動画	公式集	ロードマップ	有向線分とベクトル
	ベクトルの加法	ベクトルの減法	内分点・外分点の位置ベクトル	直線と方向ベクトル
	平面上の点の存在範囲	同じ平面上にある点	点 w が描く図形	x 軸が軸となる放物線
	y 軸が軸となる放物線	焦点が x 軸上にある楕円	円と楕円	軌跡と楕円
	焦点が x 軸上にある双曲線	直角双曲線 $xy=1$	点Pの軌跡	離心率
	円錐曲線	点Pが描く曲線①	点Pが描く曲線②	双曲線の媒介変数表示
	曲線の平行移動	サイクロイド	アステロイド	カージオイド
	分数式による円の媒介変数表示	２次曲線の離心率と極方程式	リサージュ曲線	曲線の図示（媒介変数表示）
	アルキメデスの渦巻線	正葉曲線	曲線の図示（極方程式）	レムニスケート
	放物線の性質	ダイクストラ法	行列の n 乗の計算	トロコイド
	ハイポサイクロイド	エピサイクロイド	リマソン	

QRコンテンツ数	数Ⅰ	数A	数Ⅱ	数B	数Ⅲ	数C
	51点	55点	59点	32点	46点	56点

副教材

教科書傍用問題集

新課程の教科書傍用問題集は

❶様々な授業運用に応じた **充実のラインアップ**
❷**大学入学共通テストを意識した履習にも配慮**
❸**思考力・判断力・表現力の育成** をさらに重視
❹Studyaid D.B. デジタル版傍用問題集など **デジタル教材も充実**
❺思考力・判断力・表現力の問題には，**解説動画を用意**

詳細は こちら！

解説動画の サンプルは こちら！

新刊

NEXT 数学シリーズ対応 CONNECT シリーズ

A5 判／1 色

教科書「NEXT シリーズ」完全準拠！
本質を深く学べます。

- 各問題には，対応する教科書のページ，問題番号を明示。
- 教科書で省略した例題(32 ページ参照)を問題集では例題(CONNECT)として取り上げています。
  例題には，教科書と同じく【？】を掲載し，理解を深めることができます。

解説動画　エスビューア(有料)　Studyaid D.B. 別売 DVD-ROM オンライン
別売 演習ノート　別売 詳解完備　数学 II+B+Cべ など

＊教科書「NEXT シリーズ」は CONNECT だけではなく他の傍用問題集とも併用可能です。

クリアー シリーズ

例題と問題で
実力を高め
Clear で理解
の確認

A5 判／1 色

解説動画　エスビューア(有料)　Studyaid D.B. 別売 DVD-ROM オンライン
別売 演習ノート　別売 詳解完備　数学 II+B+Cべ など

REPEAT シリーズ

教科書の内容を
反復練習！
章末で再確認！

A5 判／2 色

解説動画　Studyaid D.B. 別売 DVD-ROM オンライン
別売 演習ノート　別売 詳解完備

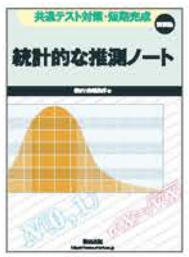
補助教材

手厚い補助教材で**スムーズな学び**をサポートします。

短期完成ノート

教科書レベルの内容を，短期間でスムーズに学習することができる書き込み式問題集

データの分析ノート　**図形の性質ノート**　**整数の性質ノート**　**統計的な推測ノート**



詳細は こちら！

- 板書の手間や生徒がノートをとる時間を短縮でき，効率的に授業を進めることができます。
- 4 書籍すべてに解説動画(要項，例)授業用スライドデータ(パワーポイントファイル)をご用意しています。

新入生課題ノート

高校数学をスムーズにスタートできる書き込み式問題集(いずれも別冊解答，テスト付)

詳細は こちら！

NEXT 数学 I 入門ノート(高校数学の先取り)

解説動画　数研コンテンツ配信　ノート判(書込み式)　テスト付

- 教科書の第 1 章「数と式」の第 1 節，第 2 節の内容を先取りで自習でき，その分授業時間を短縮できます。
- 教科書の例・例題に対応した問題の解説動画をご用意しています。
  書籍に掲載する QR コードからアクセスでき，自学で活用いただけます。

数学入門シリーズ(中学数学の総復習)

高数への準備演習　**高数への基礎練習**
高校数学へのブリッジ　**スタートワーク**

数研コンテンツ配信　詳解付(別冊)　ノート判(書込み式)　テスト付　チャート×ラボで DL

- 中学数学の総復習ができ，高校数学を学ぶための万全の準備が可能です。
- レベルや用途に応じて選べるテストペーパーのデータ(Studyaid D.B.の PrinT ファイル)や本冊の答のみのデータ(PDF ファイル)を，「チャート×ラボ」からダウンロードできます。
- 4 書籍すべてにデジタルコンテンツをご用意しています。書籍に掲載する QR コードからアクセスでき，自学で活用いただけます。

高数への準備演習	難度の高い問題の解説動画
高数への基礎練習	
高校数学へのブリッジ	例題の解説スライドショー
スタートワーク	要項の解説スライドショー

項目別学習ノート

高校数学を項目ごとに学習できる授業テキスト

解説動画　数研コンテンツ配信　ノート判(書込み式)　チャート×ラボで DL

式と証明，複素数と方程式／三角関数／ベクトル

- 学習内容について丁寧な解説があり，基本的な問題から代表的で重要な問題までが解答例とともに示してあります。
- 予習用，復習用の教材としても，幅広くお使いいただけます。
- 設問(問，練習，問題，演習問題)の解答を「チャート×ラボ」からダウンロードできます。

式と証明，複素数と方程式　**三角関数**　**ベクトル**

※旧課程用の次の巻も引き続き発行しております。在庫がなくなり次第，絶版となる場合がございます。予めご了承ください。
「関数，極限」(NO.22917)，「複素数平面」(NO.22947)

教　授　資　料

新課程版の教授資料も，豊富な資料と付属データで授業をサポートします。

POINT
1　「主体的・対話的で深い学び」に役立つ情報を掲載

POINT
2　教科書の解説動画で自学自習をサポート

POINT
3　授業で役立つ付属データが充実

詳細は
こちら！→

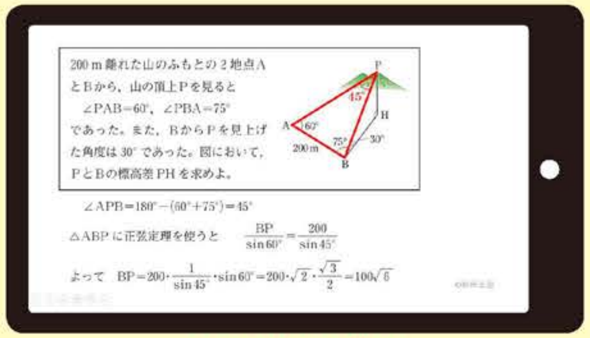
教授資料の構成

教授資料本冊
→ 124 ページ

アクティブ・ラーニング
サポートブック
→ 126 ページ

学習評価
サポートブック
→ 127 ページ

指導用教科書*
（1セットに
1冊同梱，
別売冊子有）
→ 125 ページ



解説動画（Web 配信）
→ 123 ページ

DVD

付属データ（DVD-ROM 等）
→ 128 ページ

※教授資料付属データの一部は，弊社ホームページからのダウンロードによってご用意する場合があります。

NEW!

教科書の解説動画をご用意しました！

教科書の解説動画は，「教授資料」「指導者用デジタル教科書（教材）」「学習者用デジタル教科書・教材」のいずれかをご購入いただいた場合に，追加費用なしでご視聴いただけます。

- 自学自習をサポートします。
- 反転学習にも活用できます。
- 対面授業が難しい状況下でも学習が進められます。

サンプルは
こちら！→

ご利用のイメージ（教授資料ご購入の場合）

1 教授資料のご購入
2 閲覧権の付与
3 動画の URL を通知
4 動画の視聴

数研出版　先生　生徒　▲ Web 上の解説動画

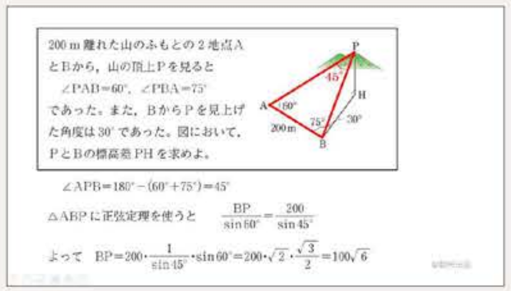
※「指導者用デジタル教科書（教材）」では，授業中に解説動画を拡大提示することができます。また，「学習者用デジタル教科書・教材」では，画面より解説動画にダイレクトにアクセスして視聴することができます（ただし，商品ライセンスを所持している生徒に限ります）。

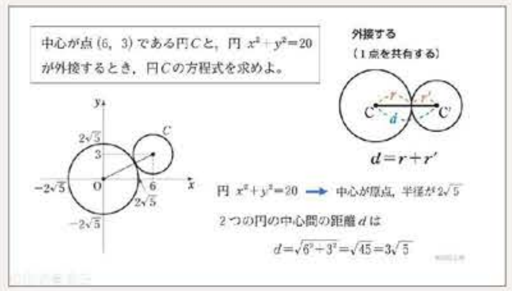
解説動画数

教科書の
　すべての例・例題の解説動画
をご用意しました。

数学 I	数学 A	数学 II	数学 B	数学 III	数学 C
123 本	72 本	169 本	63 本	129 本	91 本

解説動画のイメージ画面



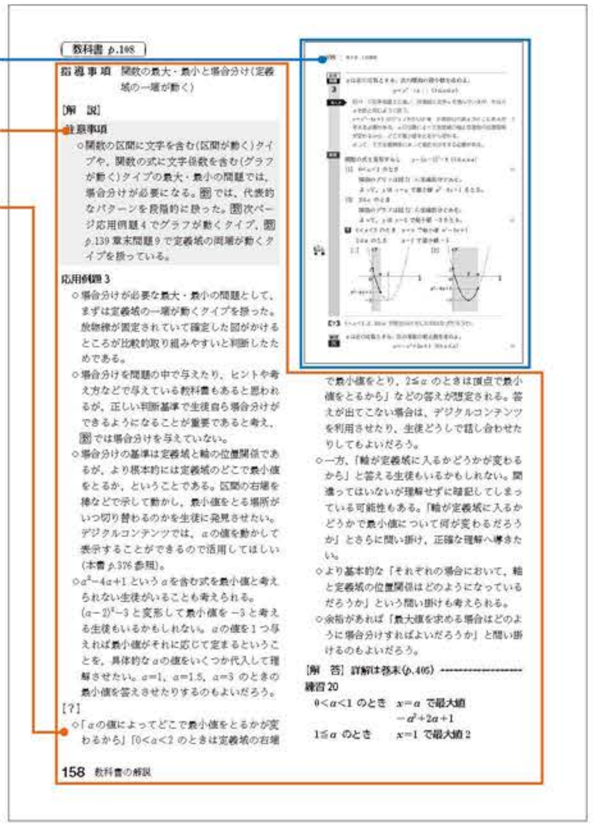


教授資料本冊

●ページ構成は
　教科書の縮刷り
　＋
　該当ページの解説・解答
として，見やすい構成になっています。

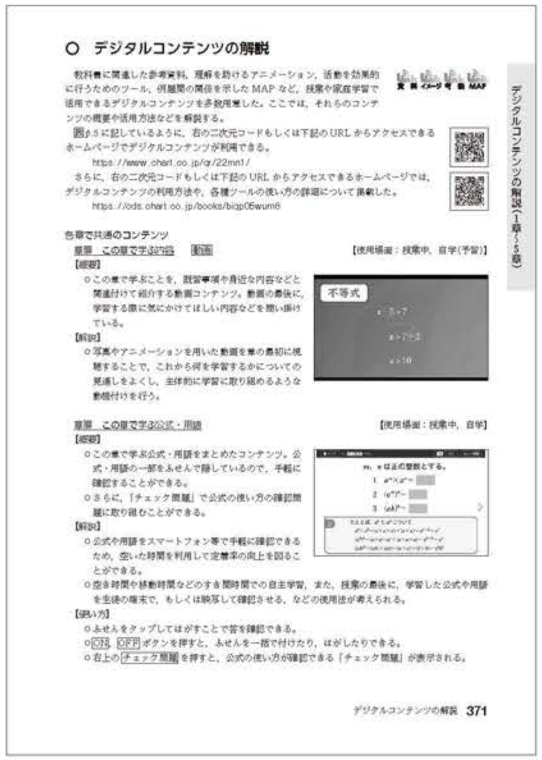
★新構成要素【？】「深める」などを授業でどのように扱うかについても十分な解説をしています。特に，【？】は生徒の反応に応じた展開例や別の問い掛け案など，授業展開の資料も充実しています。（本冊子 30 ページ参照）

★教科書本文の解説以外にも，補充問題や参考事項を掲載しています。



●巻末には，教科書の問題の詳しい解答をまとめて掲載しています。解答は，そのまま生徒さんに配布できる書き方にしています。

○付属 DVD-ROM には，解答一覧の PDF データを収録しています



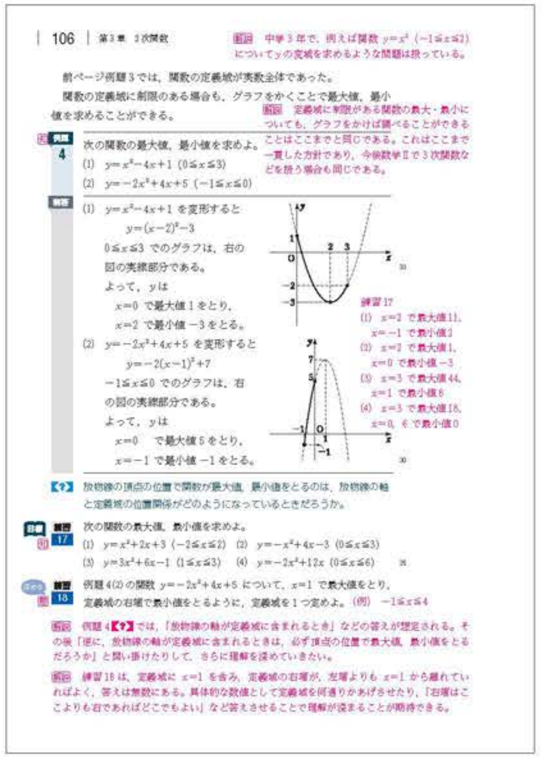
★デジタルコンテンツについても，その使い方や授業での活用の仕方について，1つずつ丁寧に解説しています。

指導用教科書

●教科書紙面に「問題の答え」「指導上の注意」を朱字で書き込んだ指導用教科書です。特に授業での【？】の展開案なども掲載しています。

●教授資料 1 セットに指導用教科書 1 冊が付属します。指導用教科書のみの購入も可能です。

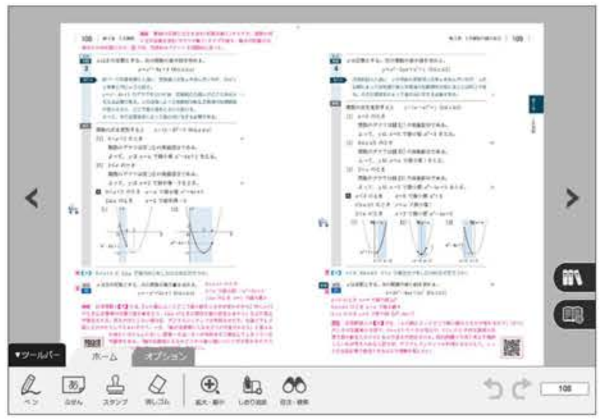
●巻末には，節末問題や章末問題，総合問題の詳しい解答をまとめて掲載しています。



NEW!

デジタル版指導用教科書

「デジタル版指導用教科書」も発行しました。指導用教科書の紙面をタブレット端末などで閲覧できます。



「主体的・対話的で深い学び」への参考資料

DVD

「主体的・対話的で深い学び」への参考資料をご用意しました！

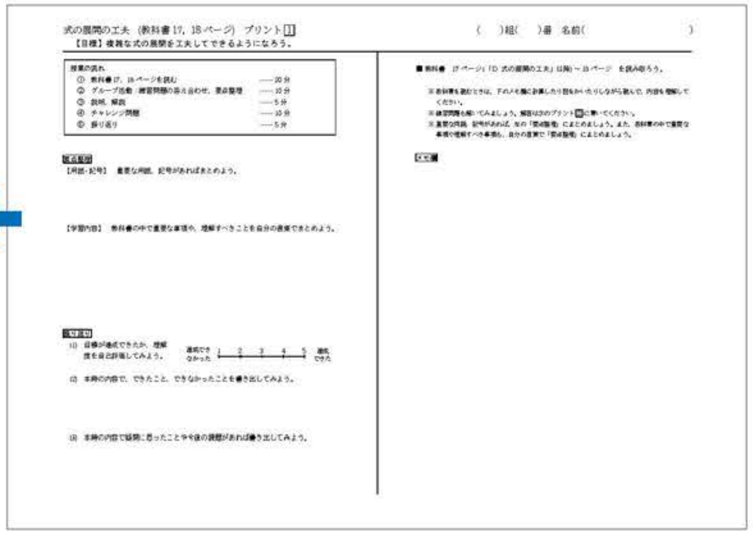
- 新課程版も「アクティブ・ラーニング型授業サポートブック」をご用意します。アクティブ・ラーニング型授業のヒントとしていただくため，授業例（プリント例）を掲載した冊子です。
- 各授業実践例は

  「授業の流れ（解説）」＋「プリント例」

  で構成されています。
- 付属 DVD-ROM には「授業の流れ」と「プリント例」の PDF データ，Studyaid D.B. データを収録しています。
- 「深める」と関連させた授業例も収録しています。

授業の流れ（解説）

＋



プリント

NEW!

学習評価に関する参考資料

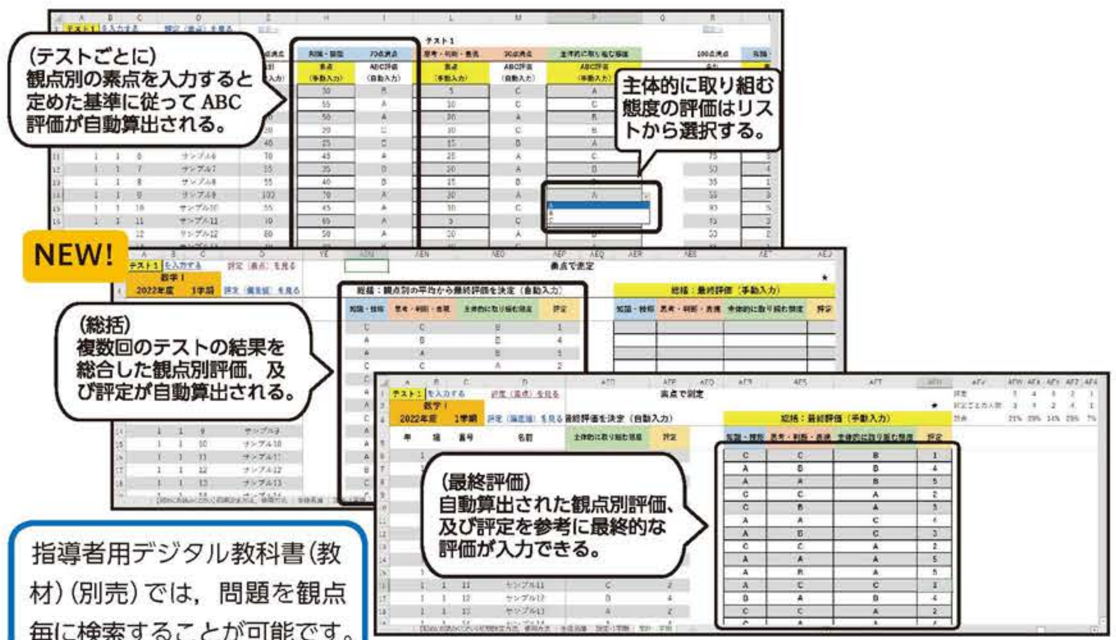
DVD

「学習評価サポートブック」をご用意しました。

新学習指導要領では，観点別学習状況の評価の観点が「知識・技能」，「思考・判断・表現」，「主体的に学習に取り組む態度」の３観点に整理されました。

- 新しい観点別学習状況の評価について，その考え方や評価例に関する参考資料です。
  1. 学習指導要領と観点別学習状況の評価
  2. ルーブリックとは何か
  3. ルーブリックの事例
- 「観点別評価集計ファイル（Excel）」をご用意しました。ペーパーテストの素点やレポート等の評価を入力いただくと，各生徒の観点別評価を自動算出（A，B，C で算出）します。

観点別評価集計ファイル（教授資料付属 DVD-ROM に収録）



指導者用デジタル教科書（教材）（別売）では，問題を観点毎に検索することが可能です。

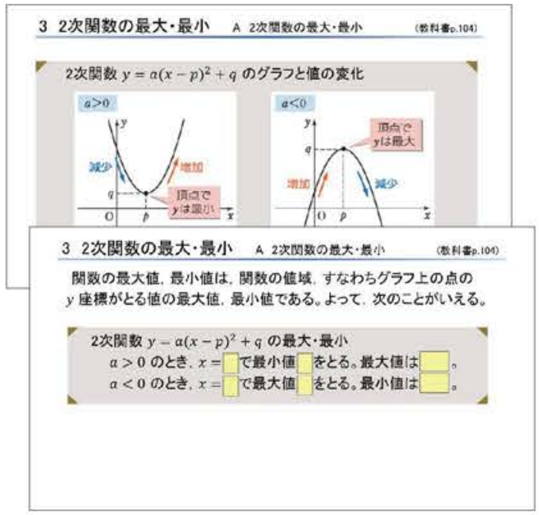
NEW!

授業用スライド，授業用プリント

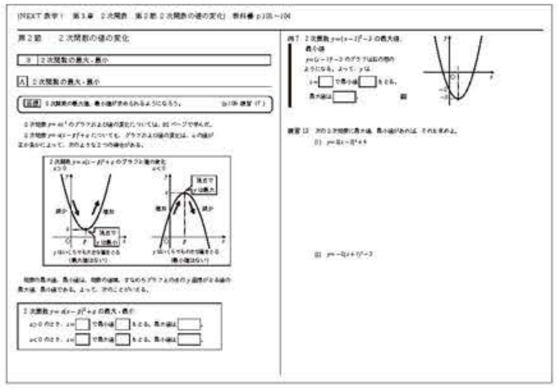
DVD

●授業用スライドをパワーポイントデータでご用意しました。
●授業用スライド(パワーポイントデータ)に音声を挿入するなど，先生が解説動画などを作成する際の素材にもなります。
●授業用スライドと合わせてお使いいただける授業用プリントもご用意しました。

授業用スライド



授業用プリント



NEW!

付属 DVD-ROM

DVD

NEW!	授業用スライド	PowerPoint
NEW!	授業用プリント(※1)	PDF Studyaid D.B.
NEW!	デジタルコンテンツ一覧表(※2)	PDF
	アクティブ・ラーニング型授業例	PDF Studyaid D.B.
	標準テスト	PDF
NEW!	教科書紙面(※3)	PDF
	シラバス・観点別評価規準	Word
NEW!	観点別評価集計ファイル	Excel
	時間配当表	Excel
	解答一覧	PDF
	統計データ(数学Ⅰ)	Excel

サンプルは
こちら▶

(※1)授業用スライドと合わせて使える授業用プリントです。教科書紙面の内容のみで構成されています。
(※2)教授資料の「デジタルコンテンツの解説」の紙面をPDFにしたデータです。教科書のQRコンテンツが利用できるページへのリンクを貼っています。
(※3)「写真なども含まれたデータ」(閲覧のみ)と，「写真など第三者が著作権をもつものを除いたデータ」の2種類をご用意しています。
(※注)各科目のDVD-ROMには，弊社発行の全シリーズ(同科目)のデータを収録しています。データの一部は，「チャート×ラボ」からのダウンロードによってご用意することがあります。

NEW!

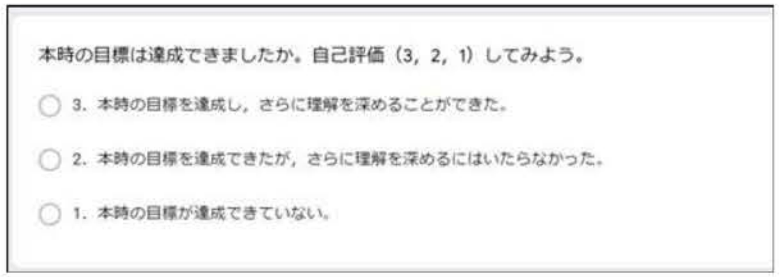
Google フォーム

チャート×ラボ

●教授資料付属のテスト(DVD-ROMに収録)に対応した「自己評価アンケート」，アクティブ・ラーニング型授業に対応した「振り返りカード」のGoogleフォームデータをご用意しました。
●ご採用の教授資料の付属データとして，「チャート×ラボ」からのダウンロードによってご利用いただけます。

詳細は
こちら！↓

振り返りカード



指導用教材（教師用）

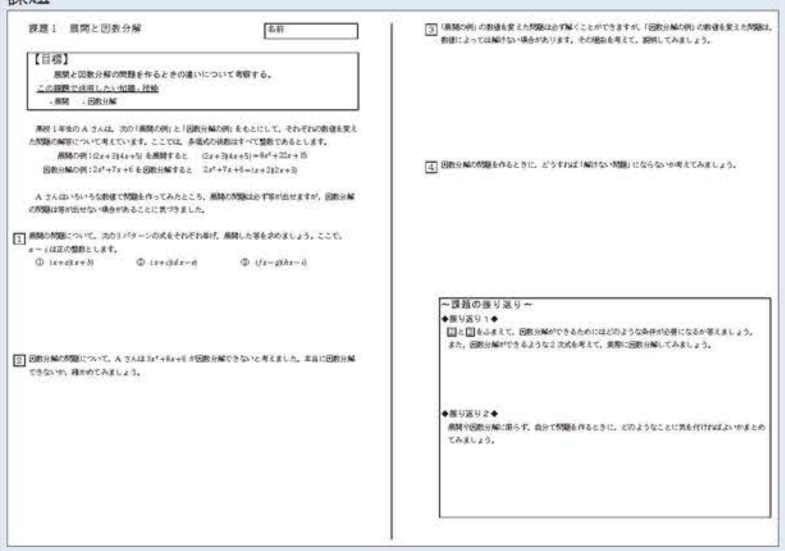
※教授資料付属品ではございません。

NEW!

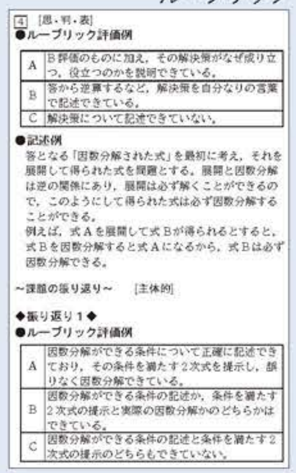
ルーブリック付き　学習評価の充実のための実践課題例集

「主体的に学習に取り組む態度」などの評価にも役立つ課題を集めた課題例集です。
●課題への取り組みを評価するための「ルーブリック」付きです。
●課題，ルーブリックのPDFデータ，Studyaid D.B. データは「チャート×ラボ」からダウンロードできます。
●数研出版の教科書との対応や，指導方法を記した「指導用資料」をご用意しました(ダウンロード)。

課題

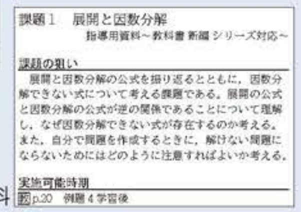


ルーブリック



科　目	判　型	頁　数	税込定価
数学Ⅰ	B5判	64ページ	2,530円
数学A	B5判	48ページ	2,200円

指導用資料



Studyaid D.B. 数学シリーズラインアップ

Studyaid D.B. オンライン　デスクトップアプリ版：Windows　ブラウザ版：Windows, ChromeOS, iPadOS, macOS

Studyaid D.B.（DVD-ROM 版）：Windows

●表記の金額はすべて税込価格です。

	商品名	収録内容 赤字は前年度商品から更新されたデータまたは追加された書籍です。	問題数*1	オンライン版 No.	オンライン版 価格【教育機関向け】1ライセンス版	オンライン版 価格【教育機関向け】構内フリーライセンス版	オンライン版 購入方法	DVD-ROM版 No.	DVD-ROM版 価格【教育機関向け】標準価格	DVD-ROM版 価格【教育機関向け】アップグレード価格	DVD-ROM版 購入方法
中学数学	中学数学（1996～2020）データベース	●中学数学 1999 データベース（1996～1999）から中学数学 2020 データベースまでの 25 年分の入試問題すべて ●小学校の復習問題 ●補充問題 ●プレゼンテーションコンテンツ（3 学年合計約 50 個を収録）	約 60,500 問	99325	66,000 円 優待価格*2 33,000 円	99,000 円	数研出版ホームページへ	DVD-ROM 版の販売はございません。			
中学数学	中学数学 2023 データベース ～日常学習から高校入試へ～	●全国の 2023 年度公立高校入試問題 ●国立高校 8 校の 2023 年度入試問題 ●私立高校約 80 校の 2023 年度入試問題 ●小学校の復習問題 ●補充問題 ●エスビューア用プレゼンテーションコンテンツ（3 学年合計約 130 個を収録）*5	約 3,200 問	99143	15,950 円	29,700 円	数研出版ホームページへ	99143	34,100 円	17,050 円	取扱店様へ
中学数学	新課程版 中学数学 基本問題データベース Light	●「中学数学スタンダード問題集 1 年，2 年，3 年」の 3 冊 ●エスビューア用プレゼンテーションコンテンツ（3 学年合計約 110 個を収録）	約 1,100 問	99318	9,900 円	22,000 円	数研出版ホームページへ	99318	11,000 円	アップグレード価格はございません。本商品から他商品へのアップグレード価格の運用もございません。	取扱店様へ
中学数学	新課程版 中学数学 問題集データベース 1・2・3 年	●「中学数学スタンダード問題集」 ●「スパイラルアップ中学数学」 ●「STEP 演習中学数学」 ●「改訂版 中学数学スタンダードプラス問題集」 ●小学校の復習問題 ●エスビューア用プレゼンテーションコンテンツ（3 学年合計約 110 個を収録）	約 6,550 問	99355	15,950 円	29,700 円	数研出版ホームページへ	99355	34,100 円	17,050 円	取扱店様へ
体系数学	新課程 体系数学 1 データベース ～中学数学＋α～	●テキスト「新課程 体系数学 1」の 2 冊 ●参考書「新課程 チャート式体系数学 1」の 2 冊 ●「新課程 体系問題集（標準）1」の 2 冊 ●「新課程 体系問題集（発展）1」の 2 冊 ●プレゼンテーションコンテンツ（紙面表示，スライドビュー，QR コードコンテンツ，学習ツール）*4	約 3,500 問	99795	15,950 円	29,700 円	数研出版ホームページへ	99780	31,900 円	15,950 円	直接数研出版へ
体系数学	新課程 体系数学 2 データベース ～中学数学＋α～	●テキスト「新課程 体系数学 2」の 2 冊 ●参考書「新課程 チャート式体系数学 2」の 2 冊 ●「新課程 体系問題集（標準）2」の 2 冊 ●「新課程 体系問題集（発展）2」の 2 冊 ●エスビューア用プレゼンテーションコンテンツ（紙面表示，スライドビュー，QR コードコンテンツ，学習ツール）	約 2,950 問	99798	15,950 円	29,700 円	数研出版ホームページへ	99783	31,900 円	15,950 円	直接数研出版へ
体系数学	新課程 体系数学 3, 4, 5 データベース	●テキスト「新課程 体系数学 3，4，5」の 4 冊 ●問題集「新課程 体系問題集 3，4，5」の 4 冊（テキスト，問題集とも 3 巻は 2 分冊） ●エスビューア用プレゼンテーションコンテンツ（紙面表示，QR コードコンテンツ，学習ツール）*5 【注】「新課程 体系数学 4」「新課程 体系数学 5」とその準拠問題集のデータは，製品 DVD-ROM には含まれておりません。本商品をご購入いただいた方は，弊社ホームページよりアップデートが必要です。	約 4,800 問	99787	13,200 円	27,500 円	数研出版ホームページへ	99787	31,900 円	13,530 円	直接数研出版へ
受験用	数学入試（1996～2020）データベース	●数学入試 1996 データベースから数学入試 2020 データベースまでの 25 年分のデータすべて	約 32,000 問	99324	66,000 円 優待価格*3 33,000 円	99,000 円	数研出版ホームページへ	DVD-ROM 版の販売はございません。			
受験用	数学入試 2023 データベース	● 2023 数学入試問題集（I II AB 文理系，I II AB 理系，III） ●「入試問題集」に収録されていない基本～標準レベルの入試問題 ●令和 5 年度大学入学共通テスト ●大学入学共通テスト試行調査（第 1 回，第 2 回） ●新課程大学入学共通テスト試作問題 ●旧課程改訂版クイックノート（数学 I＋A，数学 I・A・II・B）	約 1,500 問	99223	11,000 円	25,300 円	数研出版ホームページへ	99223	23,100 円	11,000 円	直接数研出版へ
受験用	数学受験編 2024 データベース NEW	●「2024 スタンダード数学演習 I・II・A・B・C〔ベクトル〕受験編」 ●「新課程クリアー数学演習 I・II・A・B・C〔ベクトル〕受験編」 ●「新課程メジアン数学演習 I・II・A・B・C〔ベクトル〕受験編」 ●「新課程キートレーニング数学演習 I・II・A・B・C〔ベクトル〕受験編」 ●「新課程シニア数学 I・II・A・B・C〔ベクトル〕受験編」 ●「新課程ベーシックスタイル数学演習 I・II・A・B・C〔ベクトル〕受験編」 ●「新課程オリジナル・スタンダード数学演習 III・C〔複素数平面，式と曲線〕受験編」 ●「新課程クリアー数学演習 III・C〔複素数平面，式と曲線〕受験編」 ●「新課程ベーシックスタイル数学演習 III・C〔複素数平面，式と曲線〕受験編」 ●「新課程リンク数学演習 I・A 受験編」 ●「新課程リンク数学演習 I・A＋II・B・C〔ベクトル〕受験編」 ●「新課程リンク数学演習 III・C〔複素数平面，式と曲線〕受験編」 ●「新課程ジュニア演習数学 I・A 受験編」 ●「改訂版 SetUp 数学演習 I・II・A・B 基本編受験編」 ●「改訂版 SetUp 数学演習 I・II・A・B 標準編受験編」 ●「新課程ニュースタンダード数学演習 I・A＋II・B・C 受験編」 ●「新課程ニューステージ数学演習 I・A＋II・B・C 受験編」 ●「新課程上級演習 PLAN120」 ●「新課程標準演習 PLAN100」 ●「新課程トライ EX NEO 数学演習 I・A＋II・B・C 受験編」 ●「チャート式大学入学共通テスト対策数学 I A＋II B」 ●「新課程思考力・判断力・表現力を磨く数学 I＋A」 ●「新課程思考力・判断力・表現力を磨く数学 II＋B＋C」 ●令和 6 年度大学入学共通テスト本試験 ●令和 3～5 年度大学入学共通テスト ●新課程大学入学共通テスト試作問題 ●大学入学共通テスト試行調査（第 1 回，第 2 回） ●センター試験過去問（25 年分） ●エスビューア用プレゼンテーション（紙面表示）*5	約 9,300 問	99520	11,000 円	25,300 円	数研出版ホームページへ	99520	23,100 円	11,000 円	直接数研出版へ
参考書	新課程 チャート式データベース 数学 I＋A 統合版	●「チャート式 数学 I＋A」 ●「チャート式 基礎からの数学 I＋A」 ●「チャート式 解法と演習数学 I＋A」 ●「チャート式 基礎と演習数学 I＋A」 ●エスビューア用プレゼンテーション（紙面表示）*5 【注】「チャート式 数学 I＋A」(赤チャート)のデータは，製品 DVD-ROM には含まれておりません。本商品をご購入いただいた方は，弊社ホームページよりアップデートが必要です。	約 3,700 問	99559	15,950 円	29,700 円	数研出版ホームページへ	99559	31,900 円	15,950 円	直接数研出版へ
参考書	新課程 チャート式データベース 数学 II＋B 統合版	●「チャート式 数学 II＋B」 ●「チャート式 基礎からの数学 II＋B」 ●「チャート式 解法と演習数学 II＋B」 ●「チャート式 基礎と演習数学 II＋B」 ●エスビューア用プレゼンテーション（紙面表示）*5 【注】「チャート式 数学 II＋B」(赤チャート)のデータは，製品 DVD-ROM には含まれておりません。本商品をご購入いただいた方は，弊社ホームページよりアップデートが必要です。	約 3,800 問	99565	15,950 円	29,700 円	数研出版ホームページへ	99565	31,900 円	15,950 円	直接数研出版へ
参考書	新課程 チャート式データベース NEW 数学 III＋C 統合版	●「チャート式 数学 III＋C」 ●「チャート式 基礎からの数学 III，C」 ●「チャート式 解法と演習数学 III，C」 ●「チャート式 基礎と演習数学 III，C」 ●エスビューア用プレゼンテーション（紙面表示）*5	約 4,000問	99575	15,950円	29,700円	数研出版ホームページへ	99575	31,900円	15,950円	直接数研出版へ
問題集	新課程 問題集データベース 数学 I＋A 統合版	●「4STEP 数学」 ●「サクシード数学」 ●「スタンダード数学」 ●「CONNECT 数学」 ●「4プロセス数学」 ●「クリアー数学」 ●「REPEAT 数学」 ●「3TRIAL 数学」 ●「基本と演習テーマ数学」 ●「Study-Up ノート数学」 ●「3ROUND 数学」 ●「パラレルノート数学」 ●「ポイントノート数学」 ●「新高数学習ノート数学」 ●エスビューア用プレゼンテーション（紙面表示）*5	約 10,670 問	99689	15,950 円	29,700 円	数研出版ホームページへ	99689	31,900 円	15,950 円	直接数研出版へ
問題集	新課程 問題集データベース 数学 II＋B 統合版	●「4STEP 数学」 ●「サクシード数学」 ●「スタンダード数学」 ●「CONNECT 数学」 ●「4プロセス数学」 ●「クリアー数学」 ●「REPEAT 数学」 ●「3TRIAL 数学」 ●「基本と演習テーマ数学」 ●「Study-Up ノート数学」 ●「3ROUND 数学」 ●「パラレルノート数学」 ●「ポイントノート数学」 ●「新高数学習ノート数学」（B はありません） ●エスビューア用プレゼンテーション（紙面表示）*5	約 10,150 問	99589	15,950 円	29,700 円	数研出版ホームページへ	99589	31,900 円	15,950 円	直接数研出版へ
問題集	新課程 問題集データベース 数学 III＋C 統合版	●「4STEP 数学」 ●「サクシード数学」 ●「スタンダード数学」 ●「CONNECT 数学」 ●「4プロセス数学」 ●「クリアー数学」 ●「REPEAT 数学」 ●「3TRIAL 数学」 ●「基本と演習テーマ数学」 ●「Study-Up ノート数学」 ●「3ROUND 数学」 ●エスビューア用プレゼンテーション（紙面表示）*5 【注】「4STEP 数学 III，C」「サクシード数学 C」「CONNECT 数学 C」「4プロセス数学 C」「クリアー数学 C」「3TRIAL 数学 C」以外のデータは，製品 DVD-ROM には含まれておりません。本商品をご購入いただいた方は，弊社ホームページよりアップデートが必要です。	約 8,500 問	99595	15,950 円	29,700 円	数研出版ホームページへ	99595	31,900 円	15,950 円	直接数研出版へ
大学数学	大学微分積分	●「数研講座シリーズ大学教養微分積分」 ●「チャート式シリーズ大学教養微分積分」	約 510 問	99978	16,500 円	フリーライセンス版の販売はございません。	数研出版ホームページへ	DVD-ROM 版の販売はございません。			
大学数学	大学線形代数	●「数研講座シリーズ大学教養線形代数」 ●「チャート式シリーズ大学教養線形代数」	約 460 問	99979	16,500 円		数研出版ホームページへ				
大学数学	大学微分積分 ＋ 線形代数	●「数研講座シリーズ大学教養微分積分」 ●「数研講座シリーズ大学教養線形代数」 ●「チャート式シリーズ大学教養微分積分」 ●「チャート式シリーズ大学教養線形代数」	約 970 問	99980	29,700 円		数研出版ホームページへ				

●上表にない DVD-ROM 版商品もございます。詳しくは弊社ホームページをご覧ください。
＊1 記載されている問題数はオンライン版の問題数です。DVD-ROM 版は問題数が異なることがあります。　＊2「中学数学 20 年（1996～2015）データベース（No.99624/DVD-ROM 版）」をお持ちの方は，「中学数学（1996～2020）データベース（No.99325）」を 1 ライセンス：33,000 円でご購入いただけます。
＊3「数学入試 20 年（1996～2015）データベース（No.99623/DVD-ROM 版）」をお持ちの方は，「数学入試（1996～2020）データベース（No.99324）」を 1 ライセンス：33,000 円でご購入いただけます。　＊4 DVD-ROM 版では Studyaid D.B. プレゼンテーションシステムが収録されていますが，エスビューア でもご利用いただけます。
＊5 DVD-ROM 版，オンライン版ともに，エスビューア はインストール用ディスクは付属しておりません。ご利用方法については，弊社ホームページをご覧ください。https://www.chart.co.jp/software/sviewer/use/

【Studyaid D.B. オンライン】

動作環境

デスクトップアプリ版	
OS	Windows10，11 ※各 OS とも日本語版のみに対応。 ※Windows10，11 の S モードには非対応。
メモリ	2GB以上
ストレージ	システムドライブに2GB以上の空き容量
その他	.NET Framework 4.6.2以降

ブラウザ版	
OS	Windows10，11 iPadOS 16以降 macOS 13以降 ChromeOS 最新バージョン
ブラウザ	Windows：Google Chrome, Microsoft Edge iPadOS, macOS：Safari ChromeOS：Google Chrome

※最新の動作環境については，弊社ホームページをご覧ください。

●デスクトップアプリ版，ブラウザ版ともに，インターネット接続が必要です。インターネット接続に際し発生する通信料はお客様のご負担となります。

● Studyaid D.B. オンライン はユーザーライセンスの商品です。1 ライセンスにつき 1 アカウント（1 名）でご利用いただけます。構内フリーライセンス版では，同一構内に勤務される方であれば，人数に制限なくご利用いただけます。

● Studyaid D.B. オンライン には 7 年間の有効期限があります。ただし，有効期限内に新たに別商品を購入された場合，その商品の有効期限まで延長してお使いいただけます。2024年3月より有効期限が 7 年になりました。すでにご購入済みの商品も 7 年に延長されます。

【Studyaid D.B.（DVD-ROM 版）】

●アップグレード価格

Studyaid D.B. 数学シリーズ商品をお持ちの場合は，標準価格の商品と同一のものをアップグレード価格でご購入いただけます。詳しくは弊社ホームページをご覧ください。

▶ https://www.chart.co.jp/stdb/upgrade/

※ アップグレード価格でのご注文の際には，お持ちの商品のシリアルナンバーが必要です。

●Studyaid D.B.（DVD-ROM 版）の動作環境は弊社ホームページをご覧ください。

▶ https://www.chart.co.jp/stdb/setting.html

●同一構内の複数台のパソコンで Studyaid D.B. を使用する場合

Studyaid D.B. は 1 台のパソコンにのみインストールし，使用することができます。1 つの商品を同一構内の複数台のパソコンで使用する場合は，商品の他にサイトライセンスが必要です。

ライセンス数	税込価格
1～3本	4,180円×ライセンス数
4本以上 （フリーライセンス）	16,500円

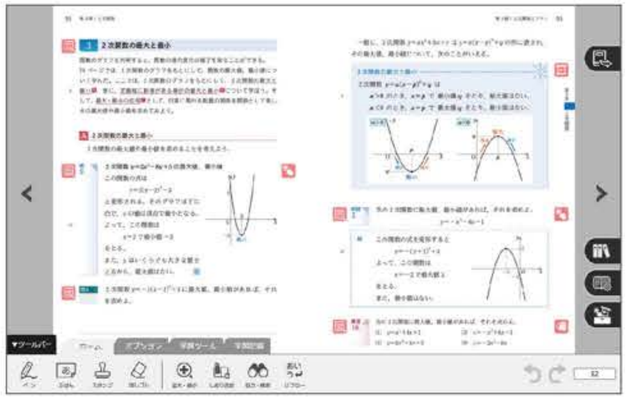
2024年夏 Studyaid D.B. オンライン ブラウザ版リニューアル！問題編集（一部）と印刷が可能に！　https://www.chart.co.jp/stdb/online/function/browser_renewal.html

数研出版 オリジナルのビューア エスビューア を搭載したデジタル教科書／副教材

エスビューア は，**Windows**，**iPad**，**Chromebook** に対応しています。

▶動作環境については，弊社ホームページをご覧ください。

教科書はもちろん，問題集や参考書も **エスビューア** で利用できます。



基本機能　指 学 学+ 副

操作性を考慮した，**一目でわかるアイコンデザイン**を採用しています。
ペン，ふせん，スタンプ，拡大・縮小などの基本的な機能は，ツールバーから選択して利用できます。
（指導者用と学習者用の基本機能は共通です。）

特別支援機能　指 学 学+ 副

音声読み上げ，総ルビ表示，配色設定，文字サイズ・書体変更などができます。

スライドビュー　指 学 学+ 副

ワンクリックで**図や問題を拡大表示**できます（別のタブで開きます）。また，見開き紙面に戻らなくても，「前へ」「次へ」で前後の要素へ移動できます。問題ごとに答や詳解，解説動画などのコンテンツを表示できます。（表示できる内容は，教材によって異なります）。

生徒一人一人の学習を支援する機能を搭載！

●スムーズな教材連携　指 学 学+ 副

デジタル教科書・教材（指導者用または学習者用）と**デジタル副教材**をお持ちの場合，教材間でスムーズに連携ができます。
問題集→教科書の該当ページや，問題集→参考書の類問をすぐに表示できるなど，**すべての教材を最大限に活用**できます。

●生徒一人一人の学習の記録　指 学 学+ 副

問題はワンクリックで拡大表示できます。
生徒は，その問題を解いて得た気づきを，ノート※1やコメントと合わせて，**学習の記録として残す**ことができます。

●先生と生徒をつなぐ宿題管理※2　指 学 学+ 副

生徒の **エスビューア** へ宿題を配信することができます。配信できるデータは，「**教材の問題**※3」「**Studyaidプリント**」「**PDF**」の 3 種類です。生徒が提出した宿題の結果を確認し，コメントを書き込んで返却することもできます。

●柔軟な設定ができる表示制御※2　指 学 学+ 副

先生は，生徒が利用する学習者用デジタル教科書・教材／デジタル副教材に収録されている，「**指針**」「**答**」「**詳解**」「**コンテンツ（解説動画）**」などについて，要素ごとに［**見せる／見せない**］を切り替えることができます。

※1 紙のノートやスライドビューへ書き込んだ内容を写真やスクリーンショットとして記録できます。
※2 先生向け機能「宿題管理」「表示制御」は，「エスビューア 先生用サイト」で行うことができます。
※3 生徒が利用しているデジタル教科書・教材／デジタル副教材に収録されている問題です。

授業や自宅学習で役立つコンテンツを豊富に収録！

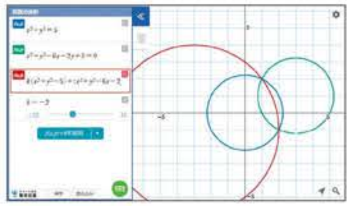
最新の情報・体験版はこちら！

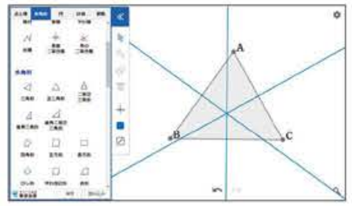
ここでご紹介するコンテンツは，「指導者用デジタル教科書（教材）」「学習者用デジタル教科書・教材」「学習者用デジタル副教材」に収録しています。

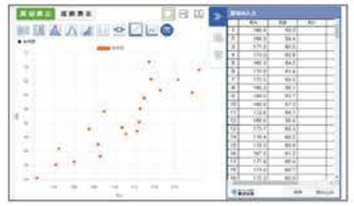
※4「学習者用デジタル教科書」には，教科書のQRコードからご利用いただけるコンテンツへのリンクを配置しています。
※5「学習者用デジタル副教材」は教材ごとに含まれるコンテンツの種類が異なります。

関数ツール，図形ツール，統計ツール　指 学※4 学+ 副

関数，図形，統計の内容で，それぞれ汎用的に使えるツールです。
教科書に載っているグラフ，図形，表をすぐに読み込めるので，事前準備なしに“すぐに”利用できます。
教科書に載っていないグラフ，図形，表をかくこともでき，さらに，それらを保存することもできます。

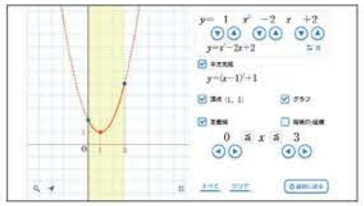


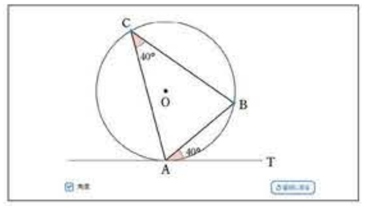


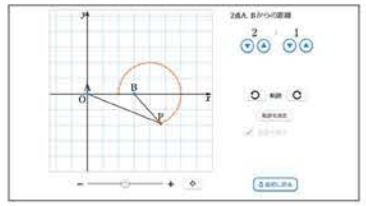


アニメーション　指 学※4 学+ 副

教科書の内容に関するアニメーションやシミュレーションのコンテンツです。
板書での説明が難しい内容も，わかりやすく解説することができます。



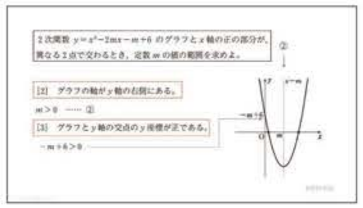


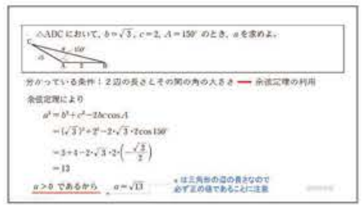


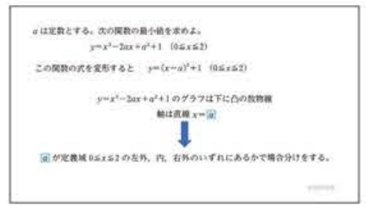
内容解説動画　指 学 学+ 副※5

（教材ごとにコンテンツの有無が異なります。
解説動画の画面構成は，教材によって異なります。）

教科書や問題集，参考書のスライドビューから，ダイレクトに解説動画をよびだして視聴することができます。
自宅学習などをする際に，予習・復習の助けとなります（視聴時はインターネット接続が必要です）。

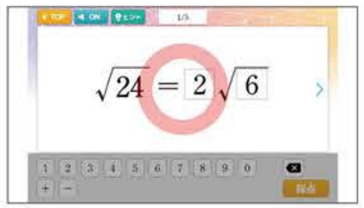


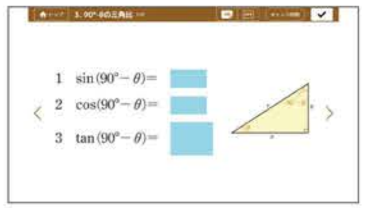


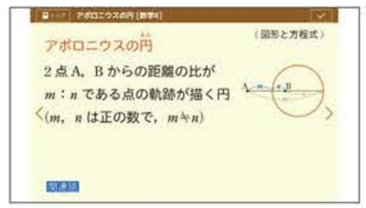


その他のコンテンツ　指 学※4 学+ 副※5

他にも，計算カード，公式集，用語辞書など，さまざまなコンテンツを収録しています。


▲計算カード


▲公式集


▲用語辞書

対象（▶ pp.134～137）　指：指導者用デジタル教科書（教材）　学：学習者用デジタル教科書　学+：学習者用デジタル教科書・教材　副：学習者用デジタル副教材

数学　デジタル教科書／デジタル副教材　ラインアップ

【補足：利用期間（教科書使用期間・書籍使用期間）について】
ご購入いただいたエスビューア対象商品は，その商品が販売終了するまでの期間ご利用いただけます。
また，販売終了後も一定の利用期間を設けます。(利用期間終了後，配信を停止します)
各商品の利用期間（配信期限）の最新情報は，弊社 HP（https://www.chart.co.jp/software/lineup/expiry）をご覧ください。

指導者用デジタル教科書（教材）

Studyaid D.B. プリント作成システムが付属しています！データは Studyaid D.B. オンラインでもご利用可能です。

電子黒板などで教科書紙面やコンテンツを拡大して提示する，先生用の教材です。
教科書収録問題の Studyaid D.B. データ（＋プリント作成機能）を掲載。

教科書と同一の内容 ＋ コンテンツ

商品名	収録書籍	No.	価格(税込)	データサイズ
指導者用デジタル教科書（教材）数学Ⅰ	「数学」シリーズ 「NEXT」シリーズ 「高等学校」シリーズ 「新編」シリーズ 「最新」シリーズ 「新 高校の数学」シリーズ※1	54265	各 38,500 円	約 5.5GB
指導者用デジタル教科書（教材）数学A		54269		約 5GB
指導者用デジタル教科書（教材）数学Ⅱ		54165		約 6GB
指導者用デジタル教科書（教材）数学B		54277		約 4GB
指導者用デジタル教科書（教材）数学Ⅲ		54281		約 3.5GB
指導者用デジタル教科書（教材）数学C		54285		約 4GB

■利用期間：教科書使用期間　■ライセンス：校内フリーライセンス　■購入方法：教科書取扱書店様へ　■納品物：アプリ版インストール用 DVD-ROM　■搭載機能：下表参照

基本機能	スライドビュー	デジタルコンテンツ	教材連携	学習の記録	先生向け機能	
					宿題管理	表示制御
○	○	○	○	○	―※2	―※2

※1「新 高校の数学」シリーズに数学Ⅲ，数学Cはありません。
※2「学習者用デジタル教科書・教材」または「学習者用デジタル副教材」ご採用時に利用可能な機能です。
(注)教授資料とのセット版もございます。詳しくは弊社ホームページ(https://www.chart.co.jp/software/digital/s/lineup/sugaku/#lineup01)をご覧ください。

デジタル版 指導用教科書

p.125 に掲載している「指導用教科書」の内容をデジタル化したものです。指導用教科書の紙面を，エスビューアにてご利用いただけます。

シリーズ	No.	価格(税込)
数学シリーズ	(数学Ⅰ) 54311 (数学A) 54312 (数学Ⅱ) 54313 (数学B) 54314 (数学Ⅲ) 54315 (数学C) 54316	(数学Ⅰ・数学A) 各 1,760 円 (数学Ⅱ) 各 2,090 円 (数学B) 各 1,760 円 (数学Ⅲ・数学C) 各 1,870 円
NEXT シリーズ	(数学Ⅰ) 54351 (数学A) 54352 (数学Ⅱ) 54353 (数学B) 54354 (数学Ⅲ) 54355 (数学C) 54356	
高等学校シリーズ	(数学Ⅰ) 54321 (数学A) 54322 (数学Ⅱ) 54323 (数学B) 54324 (数学Ⅲ) 54325 (数学C) 54326	
新編シリーズ	(数学Ⅰ) 54331 (数学A) 54332 (数学Ⅱ) 54333 (数学B) 54334 (数学Ⅲ) 54335 (数学C) 54336	
最新シリーズ	(数学Ⅰ) 54341 (数学A) 54342 (数学Ⅱ) 54343 (数学B) 54344 (数学Ⅲ) 54345 (数学C) 54346	

■利用期間：教科書使用期間　■ライセンス：先生1人につき1ライセンス必要　■購入方法：教科書取扱書店様へ　■納品物：ライセンス証明書　■搭載機能：下表参照

基本機能	スライドビュー	デジタルコンテンツ	教材連携	学習の記録	先生向け機能	
					宿題管理	表示制御
○	―	―※	―	―	―	―

※教科書のQRコードからご利用いただけるコンテンツへのリンクを配置しています。

学習者用デジタル教科書

生徒一人一人の端末で使用する，制度化された「学習者用デジタル教科書」です。

教科書と同一の内容

シリーズ	商品名	No.	価格(税込)	データサイズ
	学習者用デジタル教科書 数学Ⅰ	4380331D12	各 550 円	約 0.5GB
	学習者用デジタル教科書 数学A	4380336D12		約 0.5GB
	学習者用デジタル教科書 数学Ⅱ	4380341D12		約 0.5GB
	学習者用デジタル教科書 数学B	4380346D12		約 0.5GB
	学習者用デジタル教科書 数学Ⅲ	4380351D12		約 0.5GB
	学習者用デジタル教科書 数学C	4380356D12		約 0.5GB
	学習者用デジタル教科書 NEXT 数学Ⅰ	4380481D12	各 550 円	約 0.5GB
	学習者用デジタル教科書 NEXT 数学A	4380486D12		約 0.5GB
	学習者用デジタル教科書 NEXT 数学Ⅱ	4380491D12		約 0.5GB
	学習者用デジタル教科書 NEXT 数学B	4380496D12		約 0.5GB
	学習者用デジタル教科書 NEXT 数学Ⅲ	4380501D12		約 0.5GB
	学習者用デジタル教科書 NEXT 数学C	4380506D12		約 0.5GB
	学習者用デジタル教科書 高等学校 数学Ⅰ	4380361D12	各 550 円	約 0.5GB
	学習者用デジタル教科書 高等学校 数学A	4380366D12		約 0.5GB
	学習者用デジタル教科書 高等学校 数学Ⅱ	4380371D12		約 0.5GB
	学習者用デジタル教科書 高等学校 数学B	4380376D12		約 0.5GB
	学習者用デジタル教科書 高等学校 数学Ⅲ	4380381D12		約 0.5GB
	学習者用デジタル教科書 高等学校 数学C	4380386D12		約 0.5GB
	学習者用デジタル教科書 新編 数学Ⅰ	4380391D12	各 550 円	約 0.5GB
	学習者用デジタル教科書 新編 数学A	4380396D12		約 0.5GB
	学習者用デジタル教科書 新編 数学Ⅱ	4380401D12		約 0.5GB
	学習者用デジタル教科書 新編 数学B	4380406D12		約 0.5GB
	学習者用デジタル教科書 新編 数学Ⅲ	4380411D12		約 0.5GB
	学習者用デジタル教科書 新編 数学C	4380416D12		約 0.5GB
	学習者用デジタル教科書 最新 数学Ⅰ	4380421D12	各 550 円	約 0.5GB
	学習者用デジタル教科書 最新 数学A	4380426D12		約 0.5GB
	学習者用デジタル教科書 最新 数学Ⅱ	4380431D12		約 0.5GB
	学習者用デジタル教科書 最新 数学B	4380436D12		約 0.5GB
	学習者用デジタル教科書 最新 数学Ⅲ	4380441D12		約 0.5GB
	学習者用デジタル教科書 最新 数学C	4380446D12		約 0.5GB
	学習者用デジタル教科書 新 高校の数学Ⅰ	4380451D12	各 550 円	約 0.5GB
	学習者用デジタル教科書 新 高校の数学A	4380456D12		約 0.5GB
	学習者用デジタル教科書 新 高校の数学Ⅱ	4380461D12		約 0.5GB
	学習者用デジタル教科書 新 高校の数学B	4380466D12		約 0.5GB

■利用期間：教科書使用期間　■ライセンス：生徒1人につき1ライセンス必要　■購入方法：直接数研出版へ　■納品物：ライセンス証明書　■搭載機能：下表参照

基本機能	スライドビュー	デジタルコンテンツ	教材連携	学習の記録	先生向け機能	
					宿題管理	表示制御
○	―	―※	―	―	―	―

※教科書のQRコードからご利用いただけるコンテンツへのリンクを配置しています。

学習者用デジタル教科書・教材

制度化された「学習者用デジタル教科書」と，各種「デジタルコンテンツ」がセットになった商品です。
「教材連携」「学習の記録」「宿題管理」「表示制御」機能に対応しています。

教科書と同一の内容 ＋ コンテンツ

シリーズ	商品名	No.	価格(税込)	データサイズ
	学習者用デジタル教科書・教材 数学Ⅰ	4380331D11	各 935 円	約 1.5GB
	学習者用デジタル教科書・教材 数学A	4380336D11		約 1GB
	学習者用デジタル教科書・教材 数学Ⅱ	4380341D11		約 1.5GB
	学習者用デジタル教科書・教材 数学B	4380346D11		約 1GB
	学習者用デジタル教科書・教材 数学Ⅲ	4380351D11		約 1GB
	学習者用デジタル教科書・教材 数学C	4380356D11		約 1GB
	学習者用デジタル教科書・教材 NEXT 数学Ⅰ	4380481D11	各 935 円	約 1.5GB
	学習者用デジタル教科書・教材 NEXT 数学A	4380486D11		約 1.5GB
	学習者用デジタル教科書・教材 NEXT 数学Ⅱ	4380491D11		約 1.5GB
	学習者用デジタル教科書・教材 NEXT 数学B	4380496D11		約 1G
	学習者用デジタル教科書・教材 NEXT 数学Ⅲ	4380501D11		約 1GB
	学習者用デジタル教科書・教材 NEXT 数学C	4380506D11		約 1GB
	学習者用デジタル教科書・教材 高等学校 数学Ⅰ	4380361D11	各 935 円	約 1.5GB
	学習者用デジタル教科書・教材 高等学校 数学A	4380366D11		約 1GB
	学習者用デジタル教科書・教材 高等学校 数学Ⅱ	4380371D11		約 1.5GB
	学習者用デジタル教科書・教材 高等学校 数学B	4380376D11		約 1GB
	学習者用デジタル教科書・教材 高等学校 数学Ⅲ	4380381D11		約 1GB
	学習者用デジタル教科書・教材 高等学校 数学C	4380386D11		約 1GB
	学習者用デジタル教科書・教材 新編 数学Ⅰ	4380391D11	各 935 円	約 1.5GB
	学習者用デジタル教科書・教材 新編 数学A	4380396D11		約 1GB
	学習者用デジタル教科書・教材 新編 数学Ⅱ	4380401D11		約 1.5GB
	学習者用デジタル教科書・教材 新編 数学B	4380406D11		約 1GB
	学習者用デジタル教科書・教材 新編 数学Ⅲ	4380411D11		約 1GB
	学習者用デジタル教科書・教材 新編 数学C	4380416D11		約 1GB
	学習者用デジタル教科書・教材 最新 数学Ⅰ	4380421D11	各 935 円	約 1.5GB
	学習者用デジタル教科書・教材 最新 数学A	4380426D11		約 1GB
	学習者用デジタル教科書・教材 最新 数学Ⅱ	4380431D11		約 1.5GB
	学習者用デジタル教科書・教材 最新 数学B	4380436D11		約 1GB
	学習者用デジタル教科書・教材 最新 数学Ⅲ	4380441D11		約 1GB
	学習者用デジタル教科書・教材 最新 数学C	4380446D11		約 1GB
	学習者用デジタル教科書・教材 新 高校の数学Ⅰ	4380451D11	各 935 円	約 1.5GB
	学習者用デジタル教科書・教材 新 高校の数学A	4380456D11		約 1GB
	学習者用デジタル教科書・教材 新 高校の数学Ⅱ	4380461D11		約 1GB
	学習者用デジタル教科書・教材 新 高校の数学B	4380466D11		約 1GB

■利用期間：教科書使用期間　■ライセンス：生徒1人につき1ライセンス必要　■購入方法：直接数研出版へ　■納品物：ライセンス証明書　■搭載機能：下表参照

基本機能	スライドビュー	デジタルコンテンツ	教材連携	学習の記録	先生向け機能	
					宿題管理	表示制御
○	○※1	○	○	○	○※2	○※2

※1 表示される内容が「指導者用デジタル教科書(教材)」とは異なります。　※2 先生は「エスビューア 先生用サイト」より設定する必要があります。

学習者用デジタル副教材

生徒一人一人または先生用の端末で使用する，デジタル副教材です。

書籍と同一の内容 ＋ コンテンツ

シリーズ	商品名	No.	ライセンス	価格(税込)		データサイズ	発売日
				書籍購入なし	書籍購入あり		
	学習者用デジタル版 チャート式 基礎からの数学Ⅰ＋A	4310378D02	ユーザーライセンス	2,145円	550円	約1.5GB	販売中
		4210378D02	提示用オプション	1,100円			
	学習者用デジタル版 チャート式 基礎からの数学Ⅱ＋B	4310388D02	ユーザーライセンス	2,321円	550円	約1.5GB	
		4210388D02	提示用オプション	1,100円			
	学習者用デジタル版 チャート式 基礎からの数学Ⅲ	4310357D02	ユーザーライセンス	1,650円	550円	約1GB	
		4210357D02	提示用オプション	1,100円			
	学習者用デジタル版 チャート式 基礎からの数学C	4310365D02	ユーザーライセンス	1,430円	550円	約1GB	
		4210365D02	提示用オプション	1,100円			
	学習者用デジタル版 チャート式 基礎からの数学Ⅲ・数学C（セット）※1	4310395D02	ユーザーライセンス	2,431円	550円※2	約1.5GB	
		4210395D02	提示用オプション	1,100円			
	学習者用デジタル版 チャート式 基礎からの数学Ⅱ＋B・数学C〔ベクトル〕（セット）※3	4310400D01	ユーザーライセンス	2,541円	550円※4	約2GB	
		4210400D01	提示用オプション	1,100円			
	学習者用デジタル版 チャート式 基礎からの数学Ⅲ・数学C〔複素数平面，式と曲線〕（セット）※5	4310405D01	ユーザーライセンス	2,211円	550円※6	約1.5GB	
		4210405D01	提示用オプション	1,100円			
	学習者用デジタル版 チャート式 解法と演習数学Ⅰ＋A	4310647D01	ユーザーライセンス	2,024円	550円	約1.5GB	販売中
		4210647D01	提示用オプション	1,100円			
	学習者用デジタル版 チャート式 解法と演習数学Ⅱ＋B	4310657D02	ユーザーライセンス	2,200円	550円	約1.5GB	
		4210657D02	提示用オプション	1,100円			
	学習者用デジタル版 チャート式 解法と演習数学Ⅲ	4310854D02	ユーザーライセンス	1,540円	550円	約1GB	
		4210854D02	提示用オプション	1,100円			
	学習者用デジタル版 チャート式 解法と演習数学C	4310862D02	ユーザーライセンス	1,320円	550円	約1GB	
		4210862D02	提示用オプション	1,100円			
	学習者用デジタル版 チャート式 解法と演習数学Ⅲ・数学C（セット）※1	4310664D02	ユーザーライセンス	2,321円	550円※2	約1.5GB	
		4210664D02	提示用オプション	1,100円			
	学習者用デジタル版 チャート式 解法と演習数学Ⅱ＋B・数学C〔ベクトル〕（セット）※3	4310871D01	ユーザーライセンス	2,420円	550円※4	約1.5GB	
		4210871D01	提示用オプション	1,100円			
	学習者用デジタル版 チャート式 解法と演習数学Ⅲ・数学C〔複素数平面，式と曲線〕（セット）※5	4310881D01	ユーザーライセンス	2,101円	550円※6	約1GB	
		4210881D01	提示用オプション	1,100円			
	学習者用デジタル版 教科書傍用 4STEP 数学Ⅰ＋A	4320105D01	ユーザーライセンス	1,078円	440円	約1GB	販売中
		4220105D01	提示用オプション	1,100円			
	学習者用デジタル版 教科書傍用 4STEP 数学Ⅱ＋B	4320175D01	ユーザーライセンス	1,243円	550円	約1GB	
		4220175D01	提示用オプション	1,100円			
	学習者用デジタル版 教科書傍用 4STEP 数学Ⅲ	4320157D01	ユーザーライセンス	913円	440円	約0.5GB	
		4220157D01	提示用オプション	1,100円			
	学習者用デジタル版 教科書傍用 4STEP 数学C	4320165D01	ユーザーライセンス	748円	330円	約0.5GB	
		4220165D01	提示用オプション	1,100円			
	学習者用デジタル版 教科書傍用 4STEP 数学Ⅲ・数学C（セット）※1	4320183D01	ユーザーライセンス	1,265円	550円※2	約1GB	
		4220183D01	提示用オプション	1,100円			
	学習者用デジタル版 教科書傍用 4STEP 数学Ⅱ＋B・数学C〔ベクトル〕（セット）※3	4320193D01	ユーザーライセンス	1,309円	550円※4	約1GB	
		4220193D01	提示用オプション	1,100円			
	学習者用デジタル版 教科書傍用 4STEP 数学Ⅲ・数学C〔複素数平面，式と曲線〕（セット）※5	4320197D01	ユーザーライセンス	未定	未定※6	未定	2024年9月発売予定
		4220197D01	提示用オプション	未定			
	学習者用デジタル版 教科書傍用 サクシード 数学Ⅰ＋A	4320775D01	ユーザーライセンス	1,133円	550円	約1GB	販売中
		4220775D01	提示用オプション	1,100円			
	学習者用デジタル版 教科書傍用 サクシード 数学Ⅱ＋B	4320785D01	ユーザーライセンス	1,254円	550円	約1GB	
		4220785D01	提示用オプション	1,100円			
	学習者用デジタル版 教科書傍用 サクシード 数学Ⅲ	4320757D01	ユーザーライセンス	935円	440円	約0.5GB	
		4220757D01	提示用オプション	1,100円			
	学習者用デジタル版 教科書傍用 サクシード 数学C	4320765D01	ユーザーライセンス	770円	330円	約0.5GB	
		4220765D01	提示用オプション	1,100円			
	学習者用デジタル版 教科書傍用 サクシード 数学Ⅲ・数学C（セット）※1	4320793D01	ユーザーライセンス	1,331円	550円※2	約1GB	
		4220793D01	提示用オプション	1,100円			
	学習者用デジタル版 教科書傍用 サクシード 数学Ⅱ＋B・数学C〔ベクトル〕（セット）※3	4320803D01	ユーザーライセンス	1,353円	550円※4	約1GB	
		4220803D01	提示用オプション	1,100円			
	学習者用デジタル版 教科書傍用 サクシード 数学Ⅲ・数学C〔複素数平面，式と曲線〕（セット）※5	4320807D01	ユーザーライセンス	未定	未定※6	未定	2024年9月発売予定
		4220807D01	提示用オプション	未定			
	学習者用デジタル版 NEXT 数学シリーズ対応 CONNECT 数学Ⅰ＋A	4324539D01	ユーザーライセンス	1,089円	550円	約1GB	販売中
		4224539D01	提示用オプション	1,100円			
	学習者用デジタル版 NEXT 数学シリーズ対応 CONNECT 数学Ⅱ＋B	4324551D01	ユーザーライセンス	1,243円	550円	約1GB	
		4224551D01	提示用オプション	1,100円			
	学習者用デジタル版 NEXT 数学シリーズ対応 CONNECT 数学Ⅲ	4324555D01	ユーザーライセンス	902円	440円	約0.5GB	
		4224555D01	提示用オプション	1,100円			
	学習者用デジタル版 NEXT 数学シリーズ対応 CONNECT 数学C	4324559D01	ユーザーライセンス	737円	330円	約0.5GB	
		4224559D01	提示用オプション	1,100円			
	学習者用デジタル版 NEXT 数学シリーズ対応 CONNECT 数学Ⅲ・数学C（セット）※1	4324563D01	ユーザーライセンス	1,243円	550円※2	約1GB	
		4224563D01	提示用オプション	1,100円			
	学習者用デジタル版 NEXT 数学シリーズ対応 CONNECT 数学Ⅱ＋B・数学C〔ベクトル〕（セット）※3	4324571D01	ユーザーライセンス	1,309円	550円※4	約1GB	
		4224571D01	提示用オプション	1,100円			
	学習者用デジタル版 NEXT 数学シリーズ対応 CONNECT 数学Ⅲ・数学C〔複素数平面，式と曲線〕（セット）※5	4324575D01	ユーザーライセンス	未定	未定※6	未定	2024年9月発売予定
		4224575D01	提示用オプション	未定			

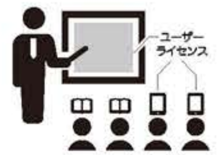
※1「数学Ⅲ・数学C（セット）」は，「数学Ⅲ」と「数学C」のセット商品です。表示される紙面のページ数は，該当書籍の単科目書籍「数学Ⅲ」「数学C」のページ数となります。
※2「数学Ⅲ・数学C（セット）」の「書籍購入あり」の価格が適用されるのは，「数学Ⅲ」「数学C」両方の該当書籍をご採用，または「数学Ⅲ+C」の該当書籍をご採用の場合のみです。
※3「数学Ⅱ＋B・数学C〔ベクトル〕（セット）」は，該当書籍の合冊書籍「（チャート式）数学Ⅱ＋B+C〔ベクトル〕」「（教科書傍用問題集）数学Ⅱ＋B+C〔数列，統計的な推測，ベクトル〕」と一部問題の掲載ページが異なります。
※4「数学Ⅱ＋B・数学C〔ベクトル〕（セット）」の「書籍購入あり」の価格が適用されるのは，チャート式の場合は「数学Ⅱ＋B+C〔ベクトル〕」の該当書籍をご採用の場合のみです。
また，教科書傍用問題集の場合は「数学Ⅱ」「数学B」「数学C〔ベクトル〕」すべての該当書籍をご採用，または「数学Ⅱ＋B」「数学C〔ベクトル〕」両方の該当書籍をご採用，または「数学Ⅱ＋B+C〔数列，統計的な推測，ベクトル〕」の該当書籍をご採用の場合のみです。
※5「数学Ⅲ・数学C〔複素数平面，式と曲線〕（セット）」は，該当書籍の合冊書籍「数学Ⅲ+C〔複素数平面，式と曲線〕」と一部問題の掲載ページが異なります。
※6「数学Ⅲ・数学C〔複素数平面，式と曲線〕（セット）」の「書籍購入あり」の価格が適用されるのは，「数学Ⅲ+C〔複素数平面，式と曲線〕」の該当書籍をご採用の場合のみです。

シリーズ	商品名	No.	ライセンス	価格(税込)		データサイズ	発売日
				書籍購入なし	書籍購入あり		
	学習者用デジタル版 教科書傍用 4プロセス 数学Ⅰ＋A	4320275D01	ユーザーライセンス	1,078円	440円	約1GB	販売中
		4220275D01	提示用オプション	1,100円			
	学習者用デジタル版 教科書傍用 4プロセス 数学Ⅱ＋B	4320285D01	ユーザーライセンス	1,232円	550円	約1GB	
		4220285D01	提示用オプション	1,100円			
	学習者用デジタル版 教科書傍用 4プロセス 数学Ⅲ	4320257D01	ユーザーライセンス	902円	440円	約0.5GB	
		4220257D01	提示用オプション	1,100円			
	学習者用デジタル版 教科書傍用 4プロセス 数学C	4320265D01	ユーザーライセンス	726円	330円	約0.5GB	
		4220265D01	提示用オプション	1,100円			
	学習者用デジタル版 教科書傍用 4プロセス 数学Ⅲ・数学C（セット）※1	4320295D01	ユーザーライセンス	1,243円	550円※2	約1GB	
		4220295D01	提示用オプション	1,100円			
	学習者用デジタル版 教科書傍用 4プロセス 数学Ⅱ＋B・数学C〔ベクトル〕（セット）※3	4320305D01	ユーザーライセンス	1,287円	550円※4	約1GB	
		4220305D01	提示用オプション	1,100円			
	学習者用デジタル版 教科書傍用 4プロセス 数学Ⅲ・数学C〔複素数平面，式と曲線〕（セット）※5	4320308D01	ユーザーライセンス	未定	未定※6	未定	2024年9月発売予定
		4220308D01	提示用オプション	未定			
	学習者用デジタル版 教科書傍用 クリアー 数学Ⅰ＋A	4321107D01	ユーザーライセンス	1,078円	440円	約1GB	販売中
		4221107D01	提示用オプション	1,100円			
	学習者用デジタル版 教科書傍用 クリアー 数学Ⅱ＋B	4321197D01	ユーザーライセンス	1,210円	550円	約1GB	
		4221197D01	提示用オプション	1,100円			
	学習者用デジタル版 教科書傍用 クリアー 数学Ⅲ	4321157D01	ユーザーライセンス	891円	440円	約0.5GB	
		4221157D01	提示用オプション	1,100円			
	学習者用デジタル版 教科書傍用 クリアー 数学C	4321165D01	ユーザーライセンス	726円	330円	約0.5GB	
		4221165D01	提示用オプション	1,100円			
	学習者用デジタル版 教科書傍用 クリアー 数学Ⅲ・数学C（セット）※1	4321205D01	ユーザーライセンス	1,232円	550円※2	約1GB	
		4221205D01	提示用オプション	1,100円			
	学習者用デジタル版 教科書傍用 クリアー 数学Ⅱ＋B・数学C〔ベクトル〕（セット）※3	4321183D01	ユーザーライセンス	1,265円	550円※4	約1GB	
		4221183D01	提示用オプション	1,100円			
	学習者用デジタル版 教科書傍用 クリアー 数学Ⅲ・数学C〔複素数平面，式と曲線〕（セット）※5	4321187D01	ユーザーライセンス	未定	未定※6	未定	2024年9月発売予定
		4221187D01	提示用オプション	未定			
	学習者用デジタル版 教科書傍用 3TRIAL 数学Ⅰ＋A	4320357D01	ユーザーライセンス	1,045円	440円	約0.5GB	販売中
		4220357D01	提示用オプション	1,100円			
	学習者用デジタル版 教科書傍用 3TRIAL 数学Ⅱ＋B	4320367D01	ユーザーライセンス	1,177円	550円	約0.5GB	
		4220367D01	提示用オプション	1,100円			
	学習者用デジタル版 教科書傍用 3TRIAL 数学Ⅲ	4320377D01	ユーザーライセンス	858円	330円	約0.5GB	
		4220377D01	提示用オプション	1,100円			
	学習者用デジタル版 教科書傍用 3TRIAL 数学C	4320383D01	ユーザーライセンス	715円	330円	約0.5GB	
		4220383D01	提示用オプション	1,100円			
	学習者用デジタル版 教科書傍用 3TRIAL 数学Ⅲ・数学C（セット）※1	4320393D01	ユーザーライセンス	1,210円	550円※2	約1GB	
		4220393D01	提示用オプション	1,100円			
	学習者用デジタル版 教科書傍用 3TRIAL 数学Ⅱ＋B・数学C〔ベクトル〕（セット）※3	4320372D01	ユーザーライセンス	1,254円	550円※4	約1GB	
		4220372D01	提示用オプション	1,100円			
	学習者用デジタル版 教科書傍用 3TRIAL 数学Ⅲ・数学C〔複素数平面，式と曲線〕（セット）※5	4320397D01	ユーザーライセンス	未定	未定※6	未定	2024年9月発売予定
		4220397D01	提示用オプション	未定			
	学習者用デジタル版 マスターノート数学Ⅰ＋A傍用型	4322403D01	ユーザーライセンス	539円	330円	約0.5GB	発売中
		4222403D01	提示用オプション	1,100円			
	学習者用デジタル版 チェックノート数学Ⅰ＋A傍用型	4322393D01	ユーザーライセンス	539円	330円	約0.5GB	
		4222393D01	提示用オプション	1,100円			
	学習者用デジタル版 フォローノート数学Ⅰ＋A傍用型	4322383D01	ユーザーライセンス	451円	330円	約0.5GB	
		4222383D01	提示用オプション	1,100円			

ー「学習者用デジタル副教材」のライセンスについてー

ユーザーライセンスについて

●おもに学習者が利用する場合のライセンスです（価格は1ユーザー当たり）。
●授業を受ける生徒全員が，該当する紙の書籍または学習者用デジタル副教材を所有している場合は，先生による拡大提示用途としてご利用いただけます。
●学校採用にて書籍をご購入の場合は，「書籍購入あり」価格で販売いたします（学習者用デジタル副教材のみ）。
・書籍と学習者用デジタル副教材の使用者が同じ場合に限ります。
・該当書籍の単科目書籍をご購入の場合でも，「書籍購入あり」価格で販売いたします。
例：「4STEP 数学Ⅰ」「4STEP 数学A」書籍両方ご採用の場合は，
「学習者用デジタル副教材 4STEP 数学Ⅰ＋A」を「書籍購入あり」価格で販売いたします。
・問題冊子のみご採用の場合でも「書籍購入あり」価格で販売いたします。



提示用オプションについて

●授業を受ける生徒全員が，該当する紙の書籍または学習者用デジタル副教材を所有していない状況（または一部生徒しか所有していない場合）で，先生による拡大提示用途としてご利用いただく場合は，ユーザーライセンスに加えて提示用オプションをご購入いただく必要がございます（価格は1ユーザー当たり）。
●「ユーザーライセンス×1＋提示用オプション×1」で，1人の先生が拡大提示可能となります。

■利用期間：書籍使用期間　■ライセンス：生徒1人につき1ライセンス必要　■購入方法：直接数研出版へ　■納品物：ライセンス証明書　■搭載機能：下表参照

基本機能	スライドビュー	デジタルコンテンツ	教材連携	学習の記録	先生向け機能	
					宿題管理	表示制御
○※7	○	ー※8	○	○	○※9	○※9

※1「数学Ⅲ・数学C（セット）」は，「数学Ⅲ」と「数学C」のセット商品です。表示される紙面のページ数は，該当書籍の単科目書籍「数学Ⅲ」「数学C」のページ数となります。
※2「数学Ⅲ・数学C（セット）」の「書籍購入あり」の価格が適用されるのは，「数学Ⅲ」「数学C」両方の該当書籍をご採用，または「数学Ⅲ+C」の該当書籍をご採用の場合のみです。
※3「数学Ⅱ＋B・数学C〔ベクトル〕（セット）」は，該当書籍の合冊書籍「数学Ⅱ＋B+C〔数列，統計的な推測，ベクトル〕」と一部問題の掲載ページが異なります。
※4「数学Ⅱ＋B・数学C〔ベクトル〕（セット）」の「書籍購入あり」の価格が適用されるのは，「数学Ⅱ」「数学B」「数学C〔ベクトル〕」すべての該当書籍をご採用，または「数学Ⅱ＋B」「数学C〔ベクトル〕」両方の該当書籍をご採用，または「数学Ⅱ＋B+C〔数列，統計的な推測，ベクトル〕」の該当書籍をご採用の場合のみです。
※5「数学Ⅲ・数学C〔複素数平面，式と曲線〕（セット）」は，該当書籍の合冊書籍「数学Ⅲ+C〔複素数平面，式と曲線〕」と一部問題の掲載ページが異なります。
※6「数学Ⅲ・数学C〔複素数平面，式と曲線〕（セット）」の「書籍購入あり」の価格が適用されるのは，「数学Ⅲ+C〔複素数平面，式と曲線〕」の該当書籍をご採用の場合のみです。
※7 特別支援機能は含まれません。　※8 書籍のQRコードからご利用いただけるコンテンツへのリンクを配置しています。
※9 先生は「エスビューア先生用サイト」より設定する必要があります。
注）学習者用デジタル副教材をご採用の場合でも，紙の書籍ご採用時と同様にご採用校専用データをチャート×ラボからダウンロードできます。

ご利用までの流れ，および動作環境等の詳細につきましては，弊社ホームページをご覧いただくか，または営業員までお問い合わせ下さい。

指導書 NEXT シリーズ　ラインアップ

●教授資料，指導用教科書，指導用デジタル教科書(教材)　※すべて税込価格です。

詳細は，本書 p.122～129 および p.134 をご覧ください。

教科書記号 / 番号 教科書名	教授資料・指導者用デジタル教科書(教材)セット	教授資料	指導用教科書(別売)	デジタル版指導用教科書(※1)	指導者用デジタル教科書(教材)(※2)
数Ⅰ/717 NEXT 数学Ⅰ	64,900 円	26,400 円	1,980 円	1,760 円	38,500 円
数A/717 NEXT 数学A	63,800 円	25,300 円	1,980 円	1,760 円	38,500 円
数Ⅱ/713 NEXT 数学Ⅱ	66,000 円	27,500 円	2,420 円	2,090 円	38,500 円
数B/715 NEXT 数学B	63,800 円	25,300 円	1,980 円	1,760 円	38,500 円
数Ⅲ/712 NEXT 数学Ⅲ	66,000 円	27,500 円	2,200 円	1,870 円	38,500 円
数C/712 NEXT 数学C	66,000 円	27,500 円	2,200 円	1,870 円	38,500 円

(※1) 1 ライセンス(利用者 1 人につき 1 ライセンス必要)
(※2) 校内フリーライセンス

●指導用教材(教師用)　NEW!

ルーブリック付き　学習評価の充実のための実践課題例集
※教授資料付属品ではありません。(→ p.129)

科目	税込価格
数学Ⅰ	2,530 円
数学A	2,200 円

数研出版コールセンター　TEL：075-231-0162　FAX：075-256-2936

東京本社　〒101-0052　東京都千代田区神田小川町 2-3-3
関西本社　〒604-0861　京都市中京区烏丸通竹屋町上る大倉町 205
関東支社　〒120-0042　東京都足立区千住龍田町 4-17
支店…札幌・仙台・横浜・名古屋・広島・福岡

151457